



T.C.
MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR ÜNİVERSİTESİ
BİLİMSEL ARAŞTIRMA PROJELERİ KOORDİNATÖRLÜĞÜ

**BİLİMSEL ARAŞTIRMA PROJESİ
SONUÇ RAPORU TAM METNİ**

2019 – 28/ A Türü

P- Permütasyon modülleri ve füzyon sistemleri

Proje Yürütücüsü
Doç. Dr. İpek Tuvay
Matematik Bölümü

Proje Ekibi

MSGSÜ Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi tarafından desteklenmiştir.
(Proje No: 2019-28, 2019)

Proje Sonuç Raporu Tam Metni

Proje amacı, kapsamı, yöntemi, faaliyetleri, bulguları, çıktıları, kaynakçası yer almalıdır. (Metin 12 punto, Times New Roman yazı tipi, 1.5 satır aralığı ile yazılmalıdır.

Tam Metin:

Bu projede, temel amaç p -permütasyon modüller ile füzyon sistemleri arasındaki ilişkiyi incelemektir. Bu amaç doğrultusunda, özel bir p -permütasyon modül ailesi olan Scott modülleri ele alınmıştır. Scott modüllerinin yapısını ve karşılığına gelen füzyon sistemle ilişkisini Scott modülünün köşe altgrubunu sabitleyerek yapmak yöntem olarak benimsenmiştir. Projeye başlarken bu ilişkiyi sadece köşe altgrubunun yarı-dihedral olduğu durum için düşünmek hedeflenmişti fakat projede yol katettikçe bu durumda kullanılan yöntemlerin benzerlerinin köşe altgrubunun burgulu 2-grup ve bir devirli 2-grup ile kuaterniyon 2-grubunun direk çarpımı olma durumuna da genelleneceği gözlemlenmiş ve bu sayede projenin kapsamı genişlemiştir.

Bu bağlamda öncelikle köşe altgrubunun yarı-dihedral 2-grup olma durumu ele alınmıştır. Yarı-dihedral 2-grup üzerinde tanımlanabilecek doymuş füzyon sistemlerin sınıflandırılmasını Alperin, Brauer ve Gorenstein'in 1970 yılında yayınladığı makaleden yararlanarak kavradıktan sonra buradaki sonuçlardan faydalanarak Sylow 2-altgrubu bir yarı-dihedral 2-gruba izomorfik olan sonlu gruplar hakkında sonuçlar elde ettik (bakınız [Lemma 3.1, KT1]). Daha sonra Ishioka ve Kunugi'nin makalesinde verilen Scott modülünün Brauer parçalanmazlığı için yeterli koşulun verildiği Teorem 1.4'ü yarı-dihedral 2-grup üzerinde tanımlanmış doymuş füzyon sistemler için gerçekleştiği gösterildi. Ardından durum analizi yapılarak, bu duruma karşılık gelen füzyon sistemin doymuş olması halinde bu tip Scott modüllerinin Brauer parçalanmazlığını gösteren ana teorem kanıtlandı (bakınız [Teorem 1.1, KT1]). Ana teoremin bir uygulaması olarak ise Sylow 2-altgrupları aynı yarı-dihedral gruba izomorfik ve füzyon sistemleri eşit olan iki sonlu grubun direk çarpımını alıp onun Scott modülünü düşündüğümüzde bu modülün de Brauer parçalanamaz olduğu gösterilmiştir (bakınız [Teorem 1.2, KT2]). Bu sonuç daha sonra [KLS1] makalesinde kusur grubu yarı-dihedral 2-grup olan blokların sınıflandırılması yapılırken kilit bir şekilde kullanılmıştır.

Daha sonra köşe grubunun burgulu 2-grup olma durumu incelenmiştir ve önceki paragraftaki yöntemlerin bu duruma uyarlanmasıyla Scott modülünün köşe grubunun burgulu olduğu ve karşılığındaki füzyon sistemin doymuş olduğu durumda Brauer parçalanmazlık sonucu elde edilmiştir (bakınız [Teorem 1.1, KT2]). Bu sonuç daha sonra [KLS2] makalesinde kusur grubu burgulu 2-grup olan blokların sınıflandırılması yapılırken kilit bir şekilde kullanılmıştır.

Bu iki durum incelenip, her iki durumda da hedefe ulaşıldıktan sonra benzer soru köşe grubu bir devirli 2-grup ile kuaterniyon grubun direk çarpımı olan Scott modüller ve bunlara karşılık gelen füzyon sistemler incelenmeye başlanmıştır. Bu özel durumu incelemek için Sambale'nin makalesi [S], bize bu durumdaki füzyon sistemler için detaylı bir bilgi kaynağı olmuştur. Bu makaledeki sonuçları ve yukarıda bahsedilen özel durumdaki yöntemleri bu duruma uyarlayarak düşünülen füzyon sistemin doymuş olduğu durumda Scott modülünün Brauer parçalanamaz olduğu kanıtlanmıştır (bakınız [Teorem 1.1, 1.2, T]).

Çıktılar:

Bu proje sonucunda uluslararası saygınlığı olan değişik dergilerde olmak üzere üç adet makale yayınlanmıştır. Bu yayınlar aşağıda listelenmiştir.

- 1) S. Koshitani, İ. Tuvay, *The Brauer indecomposability of Scott modules with semidihedral vertex*, Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society, 64 (2), 174-182 (2021).
- 2) S. Koshitani, İ. Tuvay, *The Brauer indecomposability of Scott modules with wreathed 2-group vertices*, Rocky Mountain Journal of Mathematics 51 (4), 1259-1280 (2021).
- 3) İ. Tuvay, *The Brauer indecomposability of Scott modules with vertex $Q_{2^n} \times C_{2^m}$* , Hacettepe University Journal of Mathematics and Statistics 50 (5) 1292-1305 (2021).

Ayrıca çeşitli konferanslarda ve üniversitelerin matematik bölümündeki seminerlerde bu projenin çıktılarıyla ilgili konuşmalar verilmiştir. Bunlar aşağıda listelenmiştir.

- 1) Splendid Morita equivalence between block algebras and Brauer indecomposability of Scott modules, Leeds Algebra Seminar, 23 May 2023.
- 2) On Brauer indecomposability of Scott modules, Technical University of Cluj-Napoca and Babeş Bolyai Joint Algebra Seminar, 6 April 2023.
- 3) Brauer parçalanamazlık ve füzyon sistemler, 33. Ulusal Matematik Sempozyumu (online) 31 August - 3 September 2021.
- 4) Fusion systems and Brauer indecomposability of Scott modules, IMBM (online) 5 April 2021.
- 5) An application of Baer-Suzuki Theorem to modular representation theory, Yeditepe University Department of Math. Colloquium, 8 November 2019.

Kaynakça:

- [ABG] J.L.Alperin, R. Brauer, D. Gorenstein, *Finite groups with quasi-dihedral and wreathed Sylow 2-subgroups*, Trans. Amer. Math. Soc. 151, 1–261 (1970).
- [IK] H. Ishioka and N. Kunugi, *Brauer indecomposability of Scott modules*, J. Algebra 470, 441–449 (2017).
- [KLS1] S. Koshitani, C. Lassueur, B. Sambale, *Splendid Morita equivalences for principal blocks with semidihedral defect groups*, Proceedings of the American Mathematical Society 150, 41-53 (2022).
- [KLS2] S. Koshitani, C. Lassueur, B. Sambale, *Principal 2-blocks with wreathed defect groups up to splendid Morita equivalence*, <https://arxiv.org/pdf/2310.13621.pdf>.
- [KT] S. Koshitani, İ. Tuvay, *The Brauer indecomposability of Scott modules with semidihedral vertex*, Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society, 64 (2), 174-182 (2021).
- [KT2] S. Koshitani, İ. Tuvay, *The Brauer indecomposability of Scott modules with wreathed 2-group vertices*, Rocky Mountain Journal of Mathematics 51 (4), 1259-1280 (2021).
- [S] B. Sambale, *Blocks with defect group $Q_{2n} \times C_{2m}$ and $S D_{2n} \times C_{2m}$* , Algebr. Repr.Theor. 16, 1717-1732, (2013).
- [T] İ. Tuvay, *The Brauer indecomposability of Scott modules with vertex $Q_{2^n} \times C_{2^m}$* , Hacettepe University Journal of Mathematics and Statistics 50 (5) 1292-1305 (2021).