

**T.C.
MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

EEG ANALİZİNDE BAĞIMSIZ BİLEŞENLER

DOKTORA TEZİ

Elif Özge ÖZDAMAR

Uygulamalı İstatistik Anabilim Dalı

İstatistik Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Nalan CİNEMRE

HAZİRAN 2009

T.C.
MİMAR SİNAN GÜZEL SANATLAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EEG ANALİZİNDE BAĞIMSIZ BİLEŞENLER

DOKTORA TEZİ

Elif Özge ÖZDAMAR

Uygulamalı İstatistik Anabilim Dalı

İstatistik Programı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Nalan CİNEMRE

HAZİRAN 2009

ÖZET

Bu çalışmanın amacı, daha çok telekomünikasyon uygulamaları ve biyomedikal sinyallerin analizi gibi mühendislik uygulamalarında kullanılan fakat çok değişkenli bir istatistik tekniği olan Bağımsız Bileşenler Analizi'ni farklı yaklaşımlarla EEG sinyalleri üzerinde uygulayarak karşılaştırmaktır. Bu amaç kapsamında Bağımsız Bileşenler Analizi'nin ülkemizdeki istatistik araştırmalarına kabul göreceği öngörülmektedir.

Birinci bölüm çalışmanın tanıtılmasına ayrılan giriş bölümdür. Çalışmanın amacı ve kapsadığı bölümlerin içerikleri açıklanmıştır.

İkinci bölümde sinyaller ile genel kavramlar verilmiş ve dijital sinyal işleme genel olarak açıklanmıştır. Çalışmanın konusu EEG sinyalleri olduğu için, bu bölümde biyomedikal sinyallerin tanıtılması uygun görülmüştür.

Üçüncü bölümde EEG sinyalleri kapsamlı bir şekilde ele alınmıştır. EEG sinyallerinin oluşması, kaydedilmesi ve yapısına değinilmiştir.

Dördüncü bölümde Bağımsız Bileşenler Analizi tanıtılmıştır. Öncelikle bu analizle çözülmek istenen problem ele alınmış, daha sonra genel istatistiksel bağımsızlık, entropi, karşılıklı enformasyon, negentropi gibi kavram ve matris optimizasyonu, temel bileşenler analizi, beyazlatma gibi işlemler açıklanmıştır.

Beşinci bölümde farklı tekniklerle bağımsız bileşenlerin elde edilmesi açıklanmıştır. Bu kapsamda normal olmamanın maksimizasyonu, en çok olabilirlik tahmini ve karşılıklı enformasyonun minimizasyonu tanıtılmıştır.

Altıncı bölümde EEG sinyalleri üzerinde algoritmalar uygulanarak karşılaştırılmıştır.

Son bölümde sonuç ve öneriler tartışılmıştır.

ABSTRACT

The aim of this study is to introduce a multivariate statistical technique, Independent Component Analysis, which is widely used for engineering applications such as telecommunication biomedical signal analysis. For this purpose, different approaches to Independent Component Analysis were applied and compared on EEG signals.

The first chapter is the introduction part which covers the aim of the study and contents of its chapters.

For the second chapter, general definitions and digital signal processing are described briefly. Biomedical signals are introduced due to application part is based on EEG signals.

The third chapter covers EEG signals in detail. Biological definitions, acquiring and properties of EEG signals are mentioned.

Independent Component Analysis is introduced in the fourth chapter. Firstly the basic problem to be solved is stated; afterwards definition of statistical dependence, entropy, mutual information, and negentropy is given. Matrix optimization, principal component analysis and whitening are also introduced.

For the fifth chapter, different approaches to Independent Component Analysis such as maximization of non-gaussianity, maximum likelihood and minimization of mutual information are introduced.

Different algorithms of Independent Component Analysis are applied on EEG signals and compared in the sixth chapter.

The last chapter is for conclusions and suggestions.

ÖNSÖZ

Öncelikle Helsinki Üniversitesi'ndeki araştırmalarım için olanak sağlayarak bu çalışmayı mümkün kılan danışmanım Prof. Dr. Nalan Cinemre'ye destek ve yüksek anlayışından dolayı ve yaptığı öneri ile düzeltmelerle daha iyi ifade edilmiş bir eserin ortaya çıkmasını sağladığı için minnet duygularımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Olanakları seferber ettiği ve yardımlarını esirgemediği için Prof. Dr. Gülay Kiroğlu'na,

Ufkumu açtıkları için Helsinki Üniversitesi İstatistik ve Matematik Bölümü'nden Prof. Dr. Lauri Tarkkonen ve Doç. Dr. Kimmo Vehkalahti, Bilişsel Bilimler Bölümü'nden Prof. Dr. Kristina Krause ve Helsinki Teknik Üniversitesi'nden Prof. Dr. Juha Karhunen'e,

Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi'ndeki tüm hocalarım ve çalışma arkadaşlarıma,

düzeltilmeler için Dr. Elif Çoker'e,

varlıklarından dolayı ailem, Saffet, Cuma ve Coşkun'a minnet duygularımı sunarım.

Haziran 2009

Elif Özge Özdamar

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
ÖNSÖZ.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
TABLO LİSTESİ	vii
ŞEKİL LİSTESİ.....	viii
1 GİRİŞ	1
2 GENEL BİLGİLER	3
2.1 SİNYAL VE SİNYAL İŞLEME	3
2.1.1 Sinyal Tanımı.....	3
2.1.2 Sinyallerin Sınıflandırılması	5
2.1.3 Sinyal İşleme Sistemleri	17
2.2 DİJİTAL SİNYAL İŞLEME	18
2.2.1 Dijital Sinyal İşlemenin Kullanım Alanları	19
2.2.2 Dijital Sinyal İşleme Tekniklerinin Sınıflandırılması	20
2.3 BİYOMEDİKAL SİNYALLER.....	23
2.3.1 Biyomedikal Sinyal Tanımı.....	24
2.3.2 Biyomedikal Sinyallerin Sınıflandırılması	24
3 EEG SİNYALLERİ	28
3.1 EEG TANIMI.....	28
3.2 EEG TARİHÇESİ.....	30
3.3 EEG SİNYALLERİNİN OLUŞUMU	32
3.4 EEG SİNYALLERİNİN ELDE EDİLMESİ	38
3.5 EEG SİNYALLERİNİN YAPISI	41

4	BAĞIMSIZ BİLEŞENLER ANALİZİ	43
4.1	KÖR KAYNAK AYRIŞTIRMA.....	43
4.2	BAĞIMSIZ BİLEŞENLER ANALİZİ	44
4.2.1	Bağımsız Bileşenler Analizi'nin Tarihçesi.....	45
4.3	GENEL KAVRAMLAR	46
4.3.1	Korelasyonsuzluk ve Beyazlık	48
4.3.2	İstatistiksel Bağımsızlık.....	50
4.3.3	Dönüşümlerin Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	50
4.3.4	Matris Optimizasyonu.....	51
4.3.5	Yüksek Dereceden İstatistikler	53
4.3.6	Entropi ve Diferansiyel Entropi.....	55
4.3.7	Karşılıklı Enformasyon	57
4.3.8	Negentropi.....	58
4.3.9	Temel Bileşenler Analizi ve Beyazlatma.....	58
4.3.9.1	Temel Bileşenler Analizi.....	59
4.3.9.2	Beyazlatma	60
4.4	TEMEL BAĞIMSIZ BİLEŞENLER ANALİZİ	62
4.4.1	Bağımsız Bileşenler Analizi'nin Varsayımları	65
4.4.2	Bağımsız Bileşenler Analizi'nin Eksikleri.....	66
4.4.3	Bağımsız Bileşenlerin Normal Dağılıma Uymaması	66
5	FARKLI YAKLAŞIMLARLA BAĞIMSIZ BİLEŞENLER ANALİZİ	69
5.1	NORMAL OLMAMANIN MAKSİMİZASYONU İLE BAĞIMSIZ BİLEŞENLER ANALİZİ.....	69
5.1.1	Basıklık ile Normal Olmamanın Ölçümü.....	71
5.1.1.1	Basıklık için Gradyant Algoritması.....	74
5.1.1.2	Basıklık için Hızlı Sabit-Nokta Algoritması	75
5.1.2	Negentropi ile Normal Olmamanın Ölçümü	77
5.1.2.1	Negentropi için Gradyant Algoritması	79
5.1.2.2	Negentropi için Hızlı Sabit-Nokta Algoritması	80
5.1.3	Birden Fazla Bağımsız Bileşen Bulma.....	81
5.1.3.1	"Deflationary" Ortogonalleştirme.....	82
5.1.3.2	Simetrik Ortogonalleştirme	83

5.2 EN ÇOK OLABİLİRLİK TAHMİNİ İLE BAĞIMSIZ BİLEŞENLER ANALİZİ	84
5.2.1 Bell-Sejnowski Algoritması.....	86
5.2.2 Hızlı-Sabit Nokta Algoritması.....	88
5.3 KARŞILIKLI ENFORMASYONUN MİNİMİZASYONU İLE BAĞIMSIZ BİLEŞENLER ANALİZİ	88
5.3.1 Karşılıklı Enformasyon ve Normal Olmama.....	89
5.3.2 Karşılıklı Enformasyon ve Log-Olabilirlik.....	90
6 UYGULAMA	91
6.1 UYGULAMA I.....	91
6.2 UYGULAMA II.....	102
7 SONUÇ VE ÖNERİLER	107
8 KAYNAKLAR	109

TABLO LİSTESİ

	Sayfa No
Tablo 2.1 Sinyal Sınıflandırma Kriterleri.....	8
Tablo 2.2 İndeks ve Ölçülen Nitelikler	8

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 2.1 (a) Sinüs Dalgası (b) Gürültülü Sinüs Dalgası.....	5
Şekil 2.2 Ses Sinyali: İngilizce “car” kelimesinin seslendirilmesi	5
Şekil 2.3 Kan Basıncı	6
Şekil 2.4 Bir Fotoğraf Sinyali.....	6
Şekil 2.5 Bir Video Sinyali.....	7
Şekil 2.6 (a) Sürekli, (b) Kesikli ve (c) Dijital Sinyaller	9
Şekil 2.7 (a) Deterministik ve (b) Stokastik Sinyaller	10
Şekil 2.8 (a) Deterministik ve (b) Stokastik Sinyal Modelleri.....	11
Şekil 2.9 Bir Stokastik Sürecin Örnek Sinyalleri	12
Şekil 2.10 (a) Yarı Durağan ve (b) Durağan Olmayan Ses Sinyalleri.....	15
Şekil 2.11 Sinyallerin Sınıflandırılması	16
Şekil 2.12 Sinyal İşleme Sistemi.....	18
Şekil 2.13 Dijital Sinyal İşlemenin Uygulama Alanları	20
Şekil 2.14 Sinyal İşleme Teknikleri.....	21
Şekil 2.15 (a) EEG (b) ECG ve (c) EMG Sinyalleri.....	25
Şekil 3.1 EEG Sinyallerinin Klinik Uygulamaları	29
Şekil 3.2 Kaydedilen İlk EEG	31
Şekil 3.3 Serebral Korteks ve Bölümleri	33
Şekil 3.4 Nöron.....	34
Şekil 3.5 Kimyasal Hareket.....	34
Şekil 3.6 Aksiyon Potansiyel	35
Şekil 3.7 Farklı Frekanslarda EEG Sinyalleri	37
Şekil 3.8 Farklı Bilişsel Faaliyetleri Gösteren EEG Sinyalleri.....	37
Şekil 3.9 64 Kanalı Bir EEG Kepi	38
Şekil 3.10 10-20 Sistemi.....	39
Şekil 3.11 10-20 Sisteminin Açısız Görünümü	40
Şekil 3.12 Unipolar ve Bipolar EEG Kanalları.....	40
Şekil 4.1 Kokteyl-parti Problemi.....	44

Şekil 4.2 Entropi	56
Şekil 4.3 (a) Karışım Matrisi (b) Beyazlatılmış Karışım Matrisi.....	62
Şekil 4.4 Sinyallerin Karışımı ve Ayrışımı.....	65
Şekil 4.5 Kalp Ritimleri.....	68
Şekil 4.6 Kalp Ritimlerine BBA Uygulaması	68
Şekil 5.1 İki Bağımsız Bileşenin Dağılımı.....	73
Şekil 5.2 İzdüşümlerin Basıklığı ile w 'nin Açısı Arasındaki İlişki	74
Şekil 5.3 FastICA.....	76
Şekil 5.4 G_1 ve G_2 Fonksiyonları.....	79
Şekil 6.1 32 Kanallı EEG Sinyalleri	92
Şekil 6.2 32 Kanalın Güç Spektrumları	92
Şekil 6.3 Kanal 4 için İstatistikler	93
Şekil 6.4 Kanal 4 için Güç Spektrumu.....	93
Şekil 6.5 Kanal 10 için İstatistikler	94
Şekil 6.6 Kanal 10 için Güç Spektrumu.....	94
Şekil 6.7 Kanal 16 için İstatistikler	95
Şekil 6.8 Kanal 16 için Güç Spektrumu.....	95
Şekil 6.9 Kanal 27 için İstatistikler	96
Şekil 6.10 Kanal 27 için Güç Spektrumu.....	96
Şekil 6.11 BBA Uygulaması	97
Şekil 6.12 Bağımsız Bileşenlerin Topografik Görüntüsü.....	97
Şekil 6.13 Bağımsız Bileşen 4 için İstatistikler	98
Şekil 6.14 Bağımsız Bileşen 4 için Güç Spektrumu	98
Şekil 6.15 Bağımsız Bileşen 10 için İstatistikler	99
Şekil 6.16 Bağımsız Bileşen 10 için Güç Spektrumu	99
Şekil 6.17 Bağımsız Bileşen 16 için İstatistikler	100
Şekil 6.18 Bağımsız Bileşen 16 için Güç Spektrumu	100
Şekil 6.19 Bağımsız Bileşen 27 için İstatistikler	101
Şekil 6.20 Bağımsız Bileşen 27 için Güç Spektrumu	101
Şekil 6.21 'Logcosh' ile Paralel Hesaplanan BBA için Amari Hatası	104
Şekil 6.22 'Logcosh' ile Teker Teker Hesaplanan BBA için Amari Hatası ..	104
Şekil 6.23 'Exp' ile Paralel Hesaplanan BBA için Amari Hatası.....	105
Şekil 6.24 'Exp' ile Paralel Hesaplanan BBA için Amari Hatası.....	105
Şekil 6.25 Karşılıklı Enformasyonun Minimizasyonu ile BBA için Amari Hatası	106

1 GİRİŞ

Sinyaller günlük hayatımızın her anında karşımıza çıkmaktadır. Kullandığımız bir çok teknolojik alet sinyallerin işlenmesiyle elde edilen bilgilerle çalışmaktadır. Televizyon seyrederken, radyo dinlerken, telefon ya da modem yardımıyla iletişim kurarken sinyalleri kullanırız.

Bu çalışmada bir sinyal olan insan beyninin elektrik dalgaları üzerinde daha çok müdendislik alanında kullanılan Bağımsız Bileşenler Analizi'ni farklı yaklaşımlarla uygulayarak karşılaştırmaktır. Böylelikle bu analizin istatistikçiler tarafından da bilinir olacağı öngörülmektedir.

Bu bağlamda, önce sinyaller tanıtılarak sinyal çeşitleri ve özellikleri hakkında bilgi verilmiş daha sonra sinyallerden bilgi çıkarmak için kullanılan dijital sinyal işleme teknikleri açıklanmıştır. Bahsedilen teknikler, bu çalışma kapsamında araç olarak ele alındıklarından, genel olarak tanıtılmalarıyla yetinilmiştir.

Çalışmanın uygulaması EEG sinyalleri üzerine olduğu için biyomedikal sinyaller özel olarak ele alınmıştır. EEG sinyallerinin oluşması, kaydedilmesi ve yapısı üzerinde durulmuştur.

Bağımsız Bileşenler Analizi tanıtılmadan önce, bu analizle çözülmek istenen problem ele alınmış; daha sonra genel istatistiksel bağımsızlık, entropi, karşılıklı enformasyon, negentropi gibi kavramlar ile matris optimizasyonu, temel bileşenler analizi, beyazlatma gibi işlemler açıklanarak Bağımsız Bileşenler Analizi için bir temel yaratılmıştır.

Bağımsız Bileşenler Analizi, farklı disiplinlerden gelen araştırmacılar tarafından geliştirildiği için, farklı yaklaşımlar ortaya çıkmıştır. Çalışma kapsamında bu yaklaşımların en temel olanlarına değinilmiştir. İleri seviyedeki yaklaşım ve algoritmalar, literatüre tam olarak yerleşmediği, sürekli eleştiri ve düzenlemeler yapıldığı için çalışmaya dahil edilmemiştir. Bağımsız bileşenlerin normal olmamanın maksimizasyonu, en çok olabilirlik tahmini ve karşılıklı

enformasyonun minimizasyonu gibi farklı yaklaşımlarla elde edilmiş ve bu tekniklerin optimizasyonu için gradyant ve hızlı sabit-nokta algoritmaları kullanılmıştır.

Bağımsız Bileşenler Analizi'nin EEG sinyallerindeki gürültüyü gidermesine örnek olarak yapay olarak üretilmiş sinyaller üzerinde bir uygulama gerçekleştirilmiş; daha sonra Helsinki Üniversitesi'nde Bilişsel Bilimler Bölümü'nde sürmekte olan bir projede gerçekleştirilen görsel hafıza deneyi üzerinde farklı yaklaşımlarla Bağımsız Bileşenler Analizi uygulanarak sonuçlar karşılaştırılmıştır.

2 GENEL BİLGİLER

2.1 SİNYAL VE SİNYAL İŞLEME

2.1.1 Sinyal Tanımı

Sinyaller her yerdedir. Telefon kullanarak, sinyallerin kablolar ya da iyi bir iletken olan hava aracılığıyla iletilmesine neden oluruz. Radyo ya da televizyonu açtığımızda, bir üreteçten yayılan sinyaller anten yardımıyla alıcıya ulaşarak, ses ve/ya görüntüye dönüştürülür. Bir metin okunurken ışık sinyalleri beyne iletilerek farklı nöron grupları tarafından analiz edilir. Ses bir sinyaldir. Konuşulduğunda ya da bir müzik aleti çalındığında sinyaller oluşturulur. Benzer şekilde dijital ortamdaki resim ve videolar da birer sinyaldir. Resim ve videoların işlenmesi, sıkıştırılması, üzerlerinde efektlerin yapılması, sinyallerin üzerine geliştirilen matematiksel tekniklerle mümkündür. Elektronik aletlerde elektrik akımının zaman içinde dalgalanması, insan nüfusu, borsa endeksleri, yeryüzünün sismik hareketleri ve hava ısısının değişimi sinyaller için verilebilecek diğer örneklerdir [1].

Bütün insan aktiviteleri duyuşal sinyallerin analiz ve işlenmesiyle gerçekleşir. Duymak, dokunmak, görmek gibi işlevler, duyu organlarıyla algılanan dışşal sinyallerin bilgiye dönüştürülmesiyle gerçekleşmektedir. Kulaklarımızla zaman içinde değişen hava basıncını duyarız, parmak uçlarımız; bir yüzeyin dokusunun uzamsal (spatial) değişimini hisseder, gözlerimiz; renklerin zamana bağlı olarak değişen uzamsal dağılımını görür. Sinyaller bir parametrenin bir ya da birden fazla bağımsız değişkene göre değişimi olarak tanımlandığında, insan da giriş sinyallerini çıkış sinyallerine dönüştüren biyolojik bir sistem olarak değerlendirilebilir [2].

Günlük hayatımızda kullandığımız birçok araç sinyallerin analiz edilmesiyle çalışmaktadır. Telefon ve televizyonun dahil olduğu telekomünikasyon uygulamaları, GPS ile konum belirlenmesi, modem ile internet bağlantısı, uydu ve

PET, MR, CT gibi medikal görüntülerin elde edilmeleri çok büyük boyuttaki karmaşık zaman serilerinin depolanması, transferi ve analizini gerektirmektedir.

Birçok sinyal, doğal olayların gerçekleşmesiyle oluşur, fakat bilgisayarlar tarafından yapay olarak da oluşturulabilirler. Bir kaynaktan çıkan sinyal, bir alıcı olmaksızın tanımlanamaz. Örneğin radyo ve televizyon frekansları antenler, müzik ise onu dinleyecek kulaklar olmadan tanımlanamaz. Sesi fiziksel açıdan inceleyen akustik, bu durumu fırtına analogisiyle açıklar: Bir fırtınada yere düşen bir yıldırım, kimse tarafından duyulmazsa, o yıldırım oluşmamış kabul edilir.

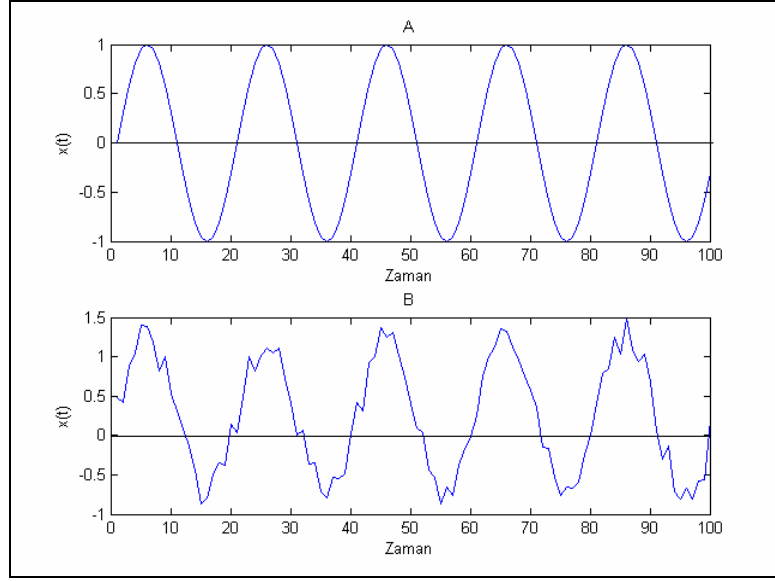
Latince işaret anlamına gelen “signum” kelimesinden türetilen sinyaller, çok geniş bir yelpazeye yayılan mühendislik ve bilim dalının uygulama alanına girer. Sinyaller bir nesnenin zamana bağlı fiziksel durumuna ait bilginin tespit edilmesi, gösterilmesi ve iletilmesini sağlamaktadır. Bu bağlamda sinyal; bir niceliğin değişimiyle elde edilen bilgidir. Bu bilgi, durum, karakteristik, bileşim, yörünge, hareketin amacı ya da sinyal kaynağının cinsi olabilir. Ölçülebilir bir niteliğin soyutlanması olan sinyaller, en kısa tanımıyla bilginin kaynaktan alıcıya iletilmesidir ve bir ya da daha fazla bağımsız değişkenin fonksiyonu olarak ifade edilir [3].

Bazı sinyallerin matematiksel olarak ifadesi basit ve mümkündür. Örneğin bir sinüzoidal sinyal, A ; sinyal genliği (amplitude), ω_p ; radyan cinsinden frekans, f_p ; Herz cinsinden frekans, T ; bir saniyedeki periyot ve t ; saniye cinsinden zaman olmak üzere;

$$x(t) = s(t) = A \sin(\omega_p t) = A \sin(2\pi f_p t) = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \quad (2.1)$$

şeklinde ifade edilir [4].

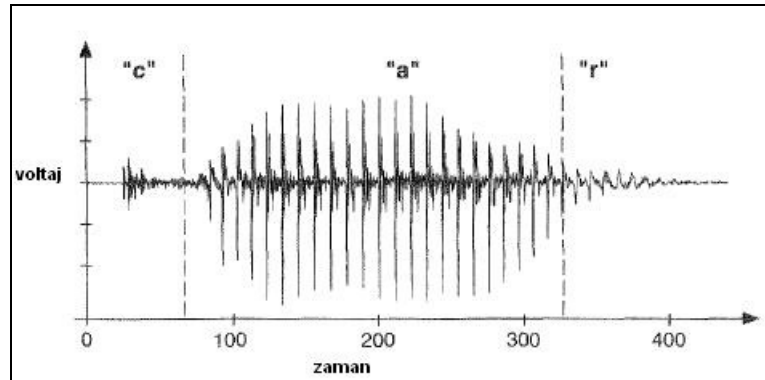
Şekil 2.1(a)' da bir sinüs dalgası görülmektedir. Bu dalgaya rassal olarak gürültü eklenmesiyle Şekil 2.1(b)'deki sinyal elde edilmiştir.



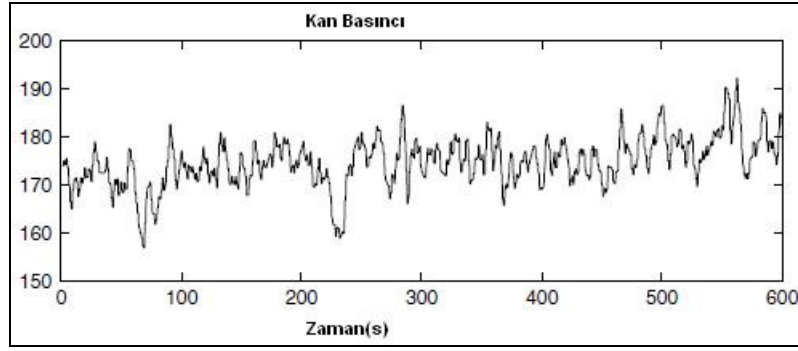
Şekil 2.1 (a) Sinüs Dalgası (b) Gürültülü Sinüs Dalgası

2.1.2 Sinyallerin Sınıflandırılması

Sinyaller; zaman, uzaklık, pozisyon, sıcaklık, basınç gibi fiziksel bir özelliği belirten bağımsız değişkenlerin bir fonksiyonudur. Örneğin; müzik ve konuşma sesi, uzayın bir noktasındaki zamana bağlı hava basıncınının, bir DNA molekülünün dizilişi ise, sıra sayılarının bir fonksiyonudur. Bu iki örnek bir boyutlu, bağımsız değişkeni zaman veya uzay olan sinyallere dahildir. Bir boyutlu sinyaller olan ses (konuşma) Şekil 2.2'de, yine bir boyutlu olan kan basıncı sinyalleri Şekil 2.3'de gösterilmektedir.



Şekil 2.2 Ses Sinyali: İngilizce "car" kelimesinin seslendirilmesi
Kaynak: [5]



Şekil 2.3 Kan Basıncı

Kaynak: [5]

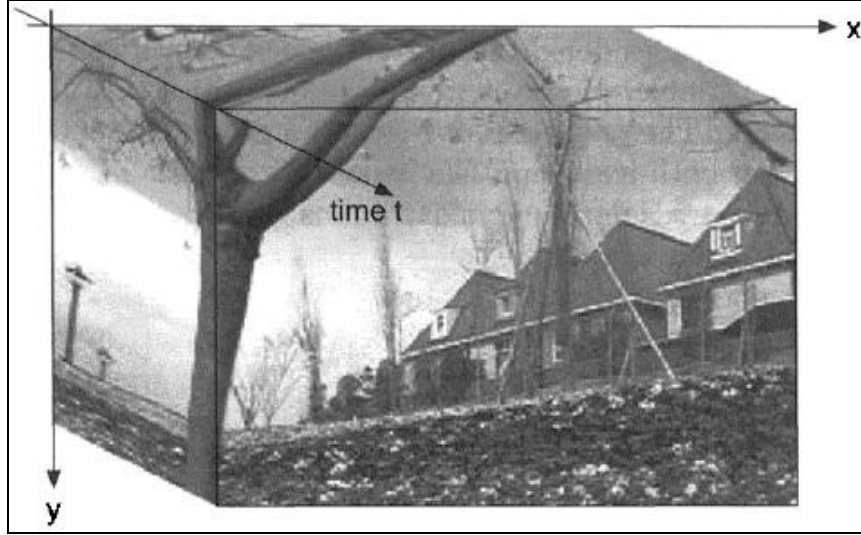
Dijital siyah-beyaz bir resim Şekil 2.4'de iki boyutlu sinyallere dahil olan dijital görüntüleri örnek olarak verilmiştir. Dijital görüntüler; ışık yoğunluğunun iki boyutlu uzamsal koordinatlarının bir fonksiyonudur. Televizyondaki video sinyali ve nesnelerin hacimleri ise üç boyutlu sinyallere örnektir [6]. Şekil 2.5'de bir video sinyali görülmektedir.



Şekil 2.4 Bir Fotoğraf Sinyali

Kaynak: [5]

Dijital ortamda saklanan bir fotoğraf; her pikselin renk değerini barındıran x ve y koordinatlarının bir fonksiyonudur. Dijital ortamda tutulan bir videonun her karesi iki boyutlu bir sinyalken, kendisi üç boyutlu bir sinyaldir. Bir video, fotoğraf karelerinin zaman değişkeniyle birleştirilmesinden ibarettir.



Şekil 2.5 Bir Video Sinyali

Kaynak: [5]

Sinyallerin boyutlarına göre sınıflandırılması ve bazı örnekleri şu şekilde sıralanabilir [2] :

Bir boyutlu zaman veya uzamsal değişkenlik

- Akustik: Sonar sinyaller, yarasa ve yunusların eko ile konum belirlemesi
- Elektrik mühendisliği: Antenlerle aktarılan sinyaller
- Kimya ve metalurji: Kimyasal bir tepkimede zaman içinde değişen sıcaklık
- Finans: Borsa hareketleri
- Tıp: Elektrokardiogram ve Elektroensefalogram

İki boyutlu uzamsal değişkenlik

- Ziraat mühendisliği: Bitkilerin buharlaşma ve sulamaya bağlı olarak büyümesi
- Coğrafya – meteoroloji: Yeryüzü ısı ve basınç haritaları, GIS haritaları
- Sosyoekonomi: Dünya gelir ve nüfus yoğunluğu dağılımı
- Mekanik-sürtünme: Yüz pürüzlülüğü, doku baskı dağılımı
- Fizik: Polimer bir yüzeyin AFM görüntüsü
- Trafik: İl bazında kavşaklarda gerçekleşen kaza oranı

Üç boyutlu hacimsel değişkenlik

- Akışkanlar mekaniği: Uçak kanadının etrafındaki akış-hız profili
- Jeoteknoloji: Barajlar üzerindeki akış basıncı
- Biyoloji: Bir bioreaktördeki karbondioksit dağılımı

Sinyaller sadece boyutlarına göre değil, bağımsız değişkenlerin yapısına ve sinyali tanımlayan fonksiyonun aldığı değerlere göre de sınıflandırılabilirler. Örneğin bağımsız değişkenler sürekli ya da kesikli olabilir, ya da sinyal bağımsız bir değişkenin kesikli ya da sürekli değerler alan bir fonksiyonu olabilir. Sinyallerin reel ya da kompleks sayılar kümesinden değer alabilen bir fonksiyon olması da mümkündür. Bir sinyal tek bir kaynaktan üretilebileceği gibi birden fazla kaynaktan da üretilebilir. Bu tip farklılıklar, sinyallerin farklı bakış açılarından sınıflandırılmalarına neden olmuştur. Sinyallerin sınıflandırılma kriterleri Tablo 2.1'de özetlenmektedir.

Tablo 2.1 Sinyal Sınıflandırma Kriterleri

sürekli (zaman)	-	kesikli (zaman)
sürekli (genlik)	-	kesikli (genlik)
analog	-	dijital
gerçek değerli	-	kompleks değerli
tek boyutlu	-	çok boyutlu
sonlu tanım kümesi	-	sonsuz tanım kümesi
deterministik	-	stokastik

Kaynak: [5]

Sinyaller en geniş kapsamda sürekli sinyaller ve kesikli sinyaller olmak üzere iki ana sınıfa ayrılırlar. Sürekli sinyaller, sürekli bir fonksiyon ile tanımlanır ve bir sinyalin belirli bir zamandaki bilgisini barındırır. Genellikle $x(t)$ ya da $s(t)$ ile gösterilirler. Doğadaki sinyallerin çoğu sürekli dir. Sürekli bir sinyal, sürekli olarak ya da belirli zaman aralıklarında gözlemlenebilir ya da kaydedilebilir. Sürekli bir sinyalin aralıklarla gözlemlenmesi durumunda sinyalin indeksi ve ölçülen niteliği birbirinden farklı olur. Örneğin sürekli bir değişken olan sıcaklık, sürekli ölçülebileceği gibi belirli zaman aralıklarıyla da ölçülebilir. İkinci durumda sinyalin kendisi değil, temsili hali hakkında bilgi edinilmiş olunur. Farklı bir örnek olarak, bir zaman aralığında bir binada bulunan insan sayısının belirlenmesi, yani sürekli bir indekste kesikli bir niteliğin ölçülmesi verilebilir [7]. Sinyaller indeks ve ölçülen niteliklerin kesikli ve sürekli olmalarına göre dört farklı gruba ayrılmaktadır. Bu gruplandırma ve her grup için birer örnek Tablo 2.2'de verilmiştir.

Tablo 2.2 İndeks ve Ölçülen Nitelikler

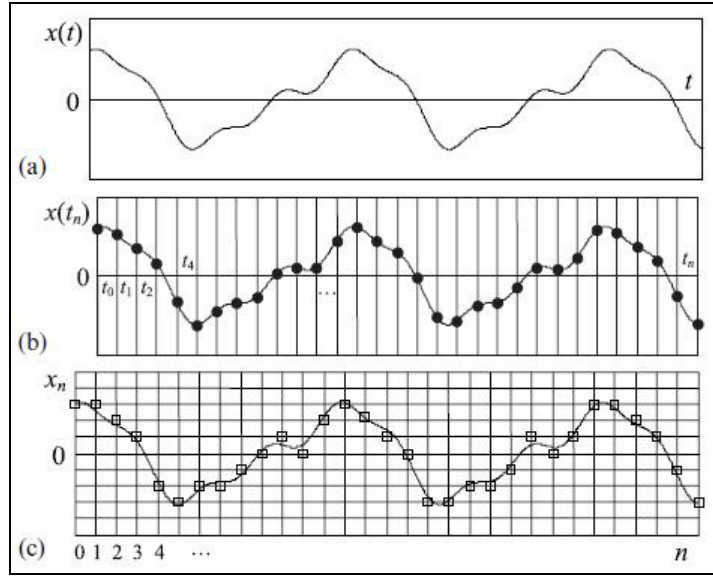
Ölçülen nitelik	İndeks	
	Kesikli	Sürekli
Kesikli	kütle (gezegen sayısı)	binadaki insan sayısı (zaman)
Sürekli	doğum zamanı (insan)	sıcaklık (zaman)

Kaynak: [7]

Kesikli sinyaller, $x(t_n)$, $x(m)$ ya da $s(m)$ gibi sıra dizisiyle tanımlanırlar ve bu sıra dizisinin belirli bir noktası için bilgi verirler. Doğada oluşan analog sinyaller, dijital ortama aktarılırken kesikli hale getirilir. Sinyallerin dijital hale dönüştürülmesi işlemine örnekleme denir. Sinyaller üzerinde yapılan analizler genellikle bilgisayar kullanılarak yapıldığından, analog sinyallerin dijital sinyallere dönüştürülmesi, her analiz öncesi yapılması gereken bir ön işlem (preprocessing) durumundadır. Bir $x(t)$ sinyali, $x(m)$ sıralarına, T_n ; örnekleme aralığı, $f_n = (2\pi / T_n)$; örnekleme frekansı olmak üzere

$$x(m) = x(t)|_{t=mT_n} \quad m = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (2.2)$$

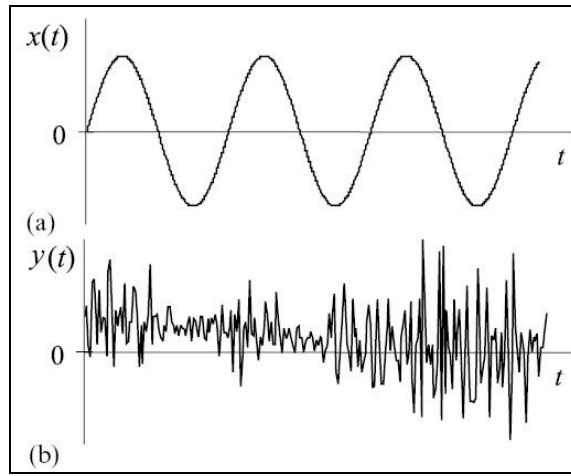
kullanılarak örneklenir [8]. Şekil 2.6'da sırasıyla sürekli, kesikli ve örneklemeyle dijital hale getirilmiş bir sinyal gösterilmektedir.



Şekil 2.6 (a) Sürekli, (b) Kesikli ve (c) Dijital Sinyaller
Kaynak: [9]

Kesiklilik ve süreklilik dışında sinyallerin en temel ayrımı, deterministik ya da stokastik özelliklerine göre yapılmaktadır. Bir dinamik sistemin o andaki durumu olan z_n için matematiksel bir kural yazılabilir ve bu kuralla sistemin gelecekteki z_{n+1} durumu kesin olarak bilinebilirse, hem kuralın hem de tanımladığı dinamik sistemin deterministik olduğu söylenebilir [10]. Özetle deterministik bir sistemde, bir sonraki hareket kesinlikle bilinmektedir.

Deterministik sinyaller, matematiksel ya da grafiksel olarak ifade edilebilen sinyallerdir. Gerçek dünyada deterministik sinyallere rastlanmasa da bazı durumlarda sinyallerin deterministik olduğu varsayılabilir. Doğadaki her sinyalde bilinmeyen ve tahmin edilemeyen gürültü (noise), parametrelerde tahmin edilemeyen değişimler, ya da sinyali oluşturan olguların deterministik olmayışı gibi nedenler gözlemlenir. Buna karşılık, sinyalleri deterministik fonksiyonlara yaklaştırmak ya da deterministik fonksiyonlarla modellemek uygulamalarda sıklıkla başvurulan bir yöntemdir. Şekil 2.7(a)'da deterministik, Şekil 2.7(b)'de stokastik sinyaller örneklenmiştir.



Şekil 2.7 (a) Deterministik ve (b) Stokastik Sinyaller
Kaynak: [9]

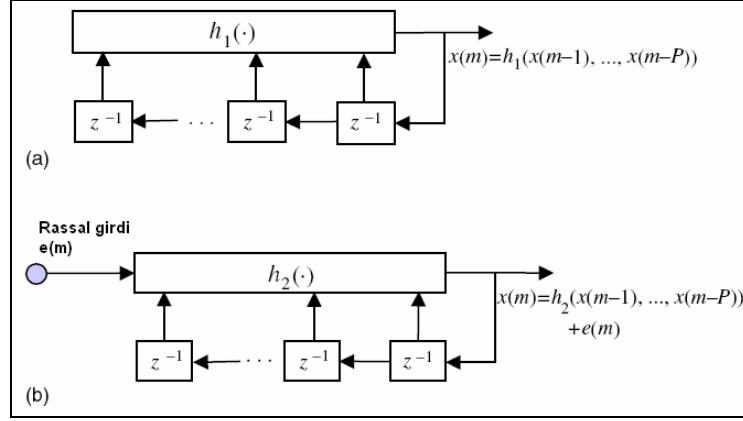
Şekil 2.8(a)'da deterministik, Şekil 2.8(b)'de ise stokastik sinyal modeli verilmektedir. Bu sinyal modellerine göre üretilen sinyaller; sırasıyla

$$x(m) = h_1(x(m-1), x(m-2), \dots, x(m-P)) \quad (2.3)$$

ve

$$x(m) = h_2(x(m-1), x(m-2), \dots, x(m-P)) + e(m) \quad (2.4)$$

ile ifade edilecektir. Üretilen sinyaller arasındaki fark, stokastik sinyalin $e(m)$ rassal gürültüyü barındırmasıdır.



Şekil 2.8 (a) Deterministik ve (b) Stokastik Sinyal Modelleri
Kaynak:[3]

Denklemlerdeki $h(\bullet)$; doğrusal ya da doğrusal olmayan modelleme için kullanılan fonksiyon, P ise $x(m)$ çıktı sinyalinin gelecekte alabileceği değerleri belirlemek için gerekli örnek değerleridir. Stokastik modeldeki $e(m)$; sinyalin tahmin edilemeyen kısmını ifade etmektedir. Örneğin Şekil 2.8(b)'ye göre üretilen darbantlı (narrowband) ikinci dereceden otoregresif bir süreç;

$$x(m) = a_1x(m-1) + a_2x(m-2) + e(m) \quad (2.5)$$

şeklinde modellenecektir. Buradaki a_1 ve a_2 parametrelerinin tercihi, sürecin merkezi frekans ve bant genişliğini (bandwidth) belirleyecektir [3].

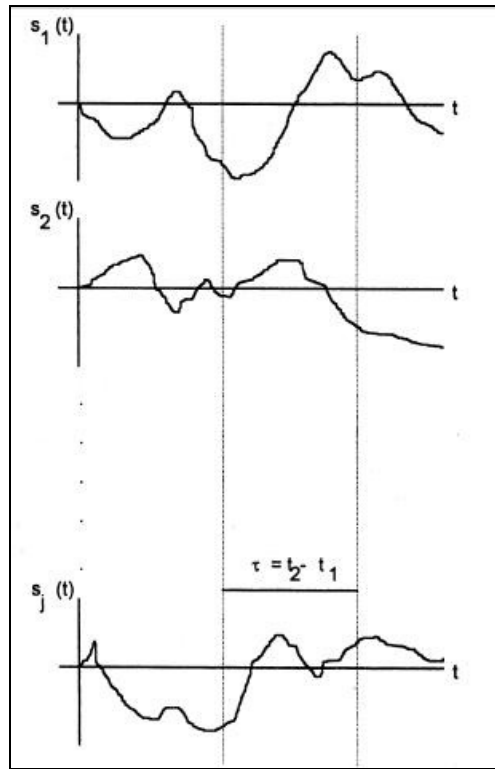
Deterministik sinyallerin önemli bir bölümü periyodik sinyallerdir. Periyodik sinyaller; n bir tamsayı, T de periyot olmak üzere;

$$s(t) = s(t + nT) \quad (2.6)$$

ile ifade edilir [8]. Periyodik sinyaller dalga şeklini T zamanda bir tamamlar ve bu dalgalanma zaman ekseninde sürer gider. En basit periyodik sinyal, sinüs dalgasıdır. Kompleks periyodik sinyaller daha karmaşık dalgalanmalar gösterir. Şekil 2.7(a)'da aynı zamanda periyodik olan deterministik bir sinyal gösterilmektedir.

Sinyallerin en önemli sınıfı, stokastik sınıftır. Stokastik bir sinyal, bir stokastik sürecin "örnek" fonksiyonudur denilebilir. Yani stokastik bir sürecin oluşturduğu

gözlemlenmiş bir sinyal, sonsuz sayıdaki rassal örnek uzayındaki sinyallerden herhangi biridir. Bu örnek sinyaller birbirinden farklı olmakla beraber aynı olasılıksal dağılıma sahiptirler. Bir stokastik süreçteki her gözlem, yani serideki her değer bir olasılık dağılımından rassal olarak çekildiğinden rassal bir değişkendir ve gözlemlerin belirli bir olasılık dağılımına göre oluştuğu varsayılmaktadır. Bundan dolayı stokastik süreçler, zaman aralıklarına göre dizilmiş rassal değişkenlerin bir birikimi olarak tanımlanır [11]. Şekil 2.9'da, stokastik bir sürecin oluşturduğu örnek sinyalleri gösterilmektedir. Şekilden de görüleceği gibi, her örnek sinyal belirli bir zaman için farklı bir değer almaktadır.



Şekil 2.9 Bir Stokastik Sürecin Örnek Sinyalleri

Kaynak: [8]

Stokastik sinyallerin matematiksel ifadesi tam olarak belirtilemediği için, bu tür sinyaller olasılıksal açıdan ifade edilirler. $s(t)$ bir sinyal olmak üzere; n . dereceden bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$P[s(t_1) \leq s_1, s(t_2) \leq s_2, \dots, s(t_n) \leq s_n] = P(s_1, s_2, \dots, s_n) \quad (2.7)$$

ile ifade edilmektedir [8]. Bir sinyalin bileşik olasılık fonksiyonu, o sinyali oluşturan sürecin istatistiksel davranışını ve içsel bağıllığını (intradependence) gösterir.

(2.7) nolu denklemin türevi alındığında bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$p(s_1, s_2, \dots, s_n) = \frac{\partial^n}{\partial s_1 \partial s_2 \dots \partial s_n} [P(s_1, s_2, \dots, s_n)] \quad (2.8)$$

$E\{s(t)\}$ ya da m_s olarak ifade edilen $s(t)$ 'nin beklenen değeri, yani birinci momenti şöyledir:

$$E\{s(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} s p(s) ds = m, \quad (2.9)$$

n. dereceden merkezi momenti ise aşağıdaki gibidir.

$$\mu_n = E\{(s - m_s)^n\} = \int_{-\infty}^{\infty} (s - m_s)^n p(s) ds \quad (2.10)$$

Bu durumda ikinci dereceden merkezi moment olan varyans,

$$\sigma^2 = \mu_2 = E\{(s - m_s)^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} (s - m_s)^2 p(s) ds \quad (2.11)$$

olacaktır. İkinci dereceden bileşik moment olan otokorelasyon fonksiyonu ise bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonuyla tanımlanır. $s(t)$ sinyalinin t_1 ve t_2 zamanlarındaki korelasyonunu veren otokorelasyon fonksiyonu (2.12)'de verilmiştir.

$$r_{ss}(t_1, t_2) = E\{s(t_1)s(t_2)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(t_1)s(t_2)p(s_1, s_2) ds_1 ds_2, \quad (2.12)$$

t_1 zamanındaki $s(t_1)$ sinyali ile t_2 zamanındaki $y(t_2)$ sinyallerinin çapraz korelasyon fonksiyonu ise,

$$r_{sy}(t_1, t_2) = E\{s(t_1)y(t_2)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(t_1)y(t_2)p(s_1, y_2) ds_1 dy_2 \quad (2.13)$$

ile hesaplanmaktadır.

Stokastik sinyaller; durağan ve durağan olmayan sinyaller olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. Durağanlık, dinamik bir sistemin işlemcilerinin zaman içinde değişmemesidir. Durağan olmayan bir sistem, sistem dışından bir etki nedeniyle geçici bir bağımlılık gösterir [10]. Durağan stokastik süreçlerin istatistikleri zamanla değişmez, yani durağan bir sürecin beklenen değeri, varyansı, güç spektrumu (power spectrum) ve yüksek seviyeli momentleri zamandan bağımsızdır [12]. Bundan dolayı, durağan bir sürecin otokorelasyon fonksiyonu, iki boyutlu bir fonksiyon yerine, zaman farkları olan ($\tau = t_1 - t_2$) tek boyutlu bir fonksiyon olarak ele alınır.

Bir sinyalin genliği sürekli değişim gösterse de, sinyali oluşturan süreç ya da fonksiyonun parametreleri zamandan bağımlı ya da bağımsız olabilmektedir. Durağanlık sinyal işleme açısından; güçlü durağan (strict-sense stationary) ve geniş anlamda durağan (wide-sense stationary) olmak üzere iki şekilde ele alınmaktadır. Güçlü durağan olan $X(m)$ rassal sürecin bütün dağılımları ve parametreleri zamandan bağımsız olacaktır:

$$\begin{aligned} P[x(m_1) \leq x_1, x(m_2) \leq x_2, \dots, x(m_n) \leq x_n] \\ = P[x(m_1 + \tau) \leq x_1, x(m_2 + \tau) \leq x_2, \dots, x(m_n + \tau) \leq x_n] \end{aligned} \quad (2.14)$$

Güçlü durağan bir sinyalin işleme açısından önemli olan istatistikleri;

Beklenen değeri;

$$E\{x(m)\} = \mu_x \quad (2.15)$$

otokorelasyon fonksiyonu;

$$E\{x(m)x(m+k)\} = r_{xx}(k) \quad (2.16)$$

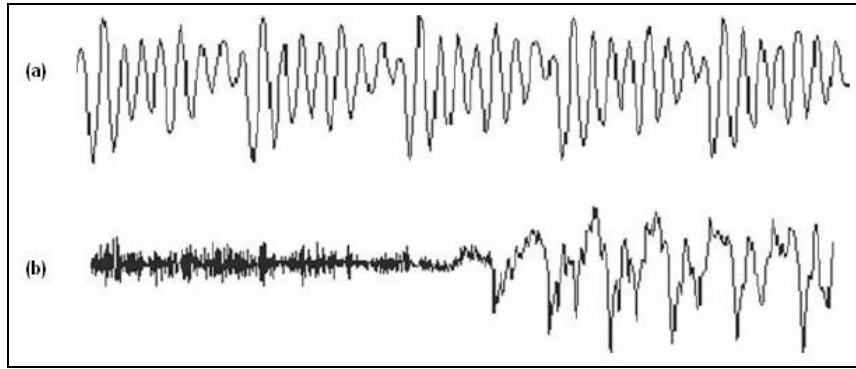
ve güç spektrumu

$$E\{|X(f,m)|^2\} = E\{|X(f)|^2\} = P_{xx}(f) \quad (2.17)$$

da zamandan bağımsızdır.

Geniş anlamda durağanlık, sinyal işlemede zayıf ya da yarı durağanlığı kapsamaktadır. Rassal bir sürecin sadece birinci ve ikinci dereceli istatistiklerinin zamandan bağımsızlığı geniş anlamda durağanlık için aranan koşuldur.

Finansal ve meteorolojik veriler, ses (konuşma) sinyalleri, yüksekliği (loudness) ve spektral yapısı sürekli değişen müzik, görüntü ve video sinyalleri ile biyomedikal sinyaller çoğunlukla durağan olmayan özellik gösterirler. Şekil 2.10(a) yarı durağan, Şekil 2.10(b) ise durağan olmayan bir konuşma sesini göstermektedir.



Şekil 2.10 (a) Yarı Durağan ve (b) Durağan Olmayan Ses Sinyalleri
Kaynak : [12]

Durağan olmayan stokastik süreçlerin modellenmesi çok karmaşıktır, bu yüzden genellikle önce durağanlaştırılırlar.

Durağan sinyaller, ergodik ve ergodik olmayan sinyaller olmak üzere ikiye ayrılırlar. Ergodik durağan sinyallerin önemli bir özelliği, olasılık dağılımlarının, herhangi bir örnek sinyalin dağılımına eşit olmasıdır. Yani gözlenen ergodik bir sinyalin, zaman boyutu içinde gösterdiği istatistiksel karakteristikleri olası diğer örnek sinyaller için de göstermesi durumunda, o sinyal ergodik olarak adlandırılmaktadır [3]. Örneğin, ergodik bir sürecin korelasyonu, korelasyon tanımından ya da herhangi bir örnek korelasyon fonksiyonu ile hesaplanabilir.

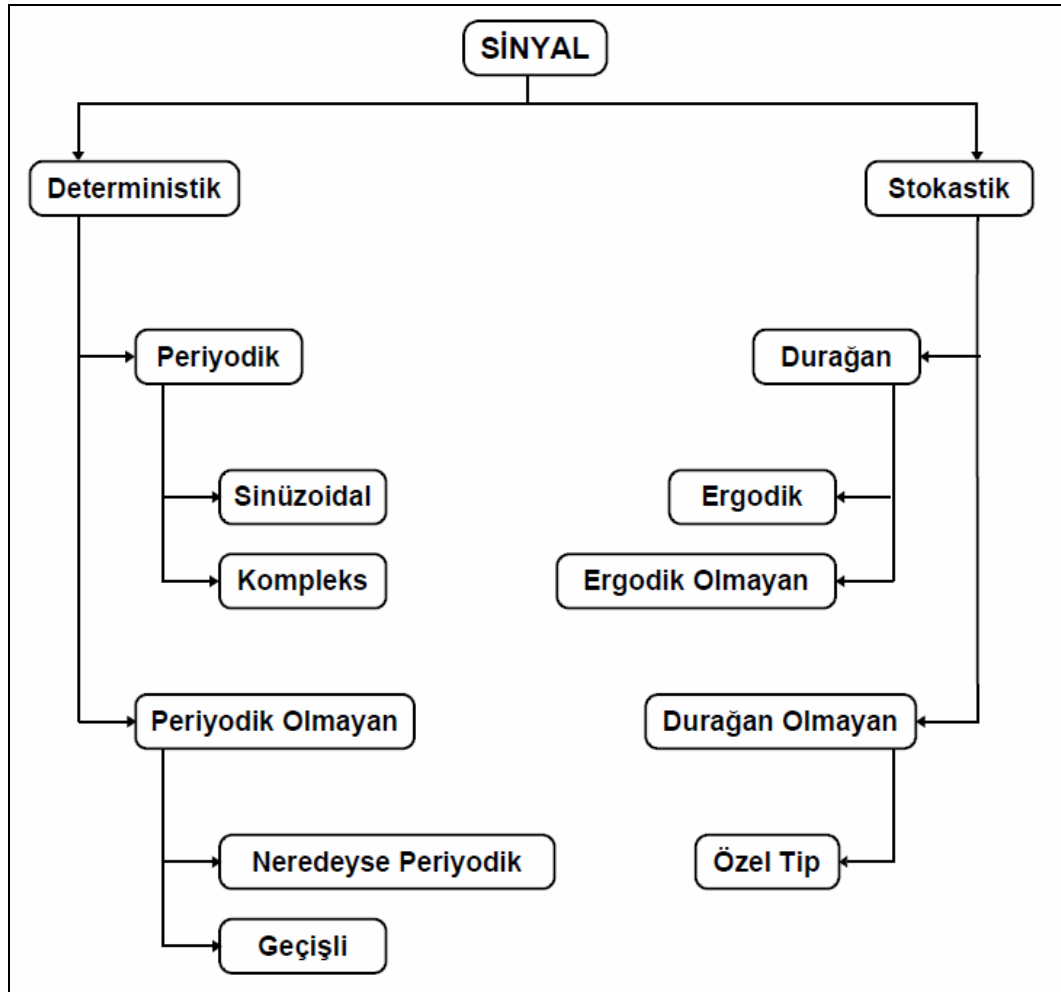
Ergodik dağılımın en önemli özelliği, tek bir örnek kullanılarak tahmin edilebilmesidir. Bu yüzden sinyal işleme açısından sinyalin ergodik olarak modellenmesi tercih edilen bir durumdur. Dijital sinyal işlemede, gözlenen

sinyalin belirli bir özelliği, gözleendiği zaman boyunca birden çok kez ortalamaları alınarak kullanılmaktadır. Ergodik sinyal $\{x(m,s)\}$ için,

$$\text{istatistiksel ortalama}_{\text{zaman } m \text{ boyunca}}[x(m,s)] = \text{istatistiksel ortalama}_{\text{uzay } s \text{ boyunca}}[x(m,s)] \quad (2.18)$$

geçerlidir. Buradaki istatistiksel ortalama $[\cdot]$ fonksiyonu, sinyalin ortalama, varyans, korelasyon, güç spektrumu gibi zaman-ortalamalı istatistiğidir (time-averaged statistics).

Sinyaller çoğunlukla hem durağan olmayan hem de ergodik olmayan yapıdadır. Bu yüzden durağan olmayan sinyaller üzerinde karmaşık dönüşümler kullanılır ya da sinyaller kısa parçalara ayrılarak durağanlık varsayımıyla ayrı ayrı ele alınırlar. Bahsi geçen sinyal sınıflarının diyagramı Şekil 2.11'de gösterilmektedir.



Şekil 2.11 Sinyallerin Sınıflandırılması

Kaynak [8]

2.1.3 Sinyal İşleme Sistemleri

Bir sinyal; kaynağının durumu, karakteristiği, bileşenleri, yörüngesi, gelişimi gibi bir ya da daha çok özellik hakkında bilgi taşır. Başka bir ifadeyle bir sinyal; bir değişkenin geçmiş, şimdi ya da gelecekteki durumuna ilişkin bilgi taşınması anlamına gelmektedir [11].

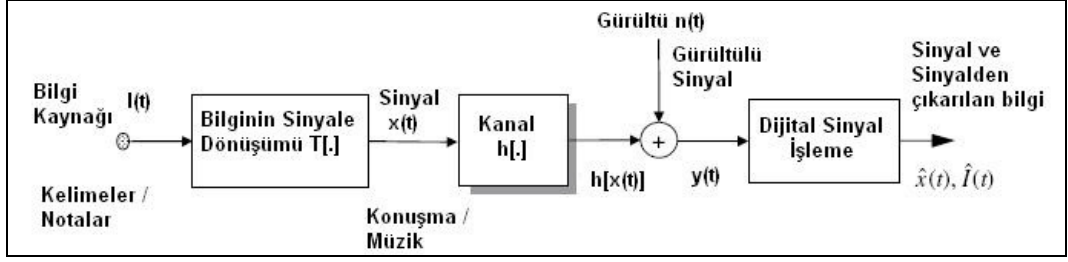
Sinyallerin oluşmasından sonra bu sinyallerden bilgi çıkarılması için yapılan tüm işlemler, bir sinyal işleme sisteminin kurulmasıyla gerçekleşmektedir. Bilgi çıkarımı bilgisayarlarla, analog olmadan yapıldığı durumda yapılan işlemlerin bütünü dijital sinyal işleme, kullanılan sistem ise dijital sinyal sistemi olarak adlandırılır. Sinyal işleme sistemleri metin, resim, ses, video, elektromanyetik, medikal, biyolojik, termal, finansal ya da sismik sinyallerin analizinde kullanılmaktadır.

Bir sinyal işleme sisteminin giriş sinyaline verdiği tepki, yani çıkış sinyali o sistem hakkında bilgi verir. Örneğin bir binaya çarpan rüzgar ve o binanın rüzgara verdiği tepki, binanın statik yapısı hakkında bilgi vermektedir. Benzer şekilde, astrofizikçiler uzak yıldız ve galaksilerin yaydıkları ışık ve elektromanyetik dalgaları analiz ederek onların hareket ve yörüngeleri hakkında bilgi edinirler.

Sinyal ile taşınan bilgi; insan ya da makineler tarafından iletişim, tahmin, karar verme, kontrol, keşfetme, medikal teşhis gibi amaçlarla kullanılmaktadır. Şekil 2.12'de bir sinyal işleme sistemi gösterilmektedir. Burada $I(t)$; bilgi kaynağı, $T[\bullet]$ ise bu bilgiyi $x(t)$ sinyaline dönüştüren bir sistemdir. Bilgi kaynağının nota olduğunu varsayarsak, notaların okunması işlemi bu dönüşüm sistemi, çalınması ise oluşan sinyaller olacaktır ve

$$x(t) = T[I(t)] \quad (2.19)$$

ile ifade edilecektir.



Şekil 2.12 Sinyal İşleme Sistemi
Kaynak:[12]

$h[\bullet]$; sinyalin vericiden alıcıya yayılımını modelleyen iletişim kanalı, $n(t)$ ise her sistemde oluşan gürültü olsun. Kaydedilen sinyal, verilen müzik örneği için;

$$y(t) = h[x(t)] + n(t) \quad (2.20)$$

olarak gösterilecektir. Kaydedilen sinyal üzerinde çeşitli tekniklerin uygulanmasıyla, sinyalin taşıdığı bilgiyi açığa çıkartmak, dijital sinyal işlemenin amacıdır. Bu amaç, ele alınan örnek için; kaydedilen müzik sinyalinin işlenmesiyle sinyalin taşıdığı bilgi, yani müzisyenin notaları çaldığı sıradaki duygusal ve teknik yorumlaması hakkında bilgi edinilmesi anlamına gelmektedir.

2.2 DİJİTAL SİNYAL İŞLEME

Bir sinyal bilgi taşır ve dijital sinyal işlemenin amacı sinyallerin taşıdığı bilgiden önemli olan kısmını çıkarmaktır. Bu önemli bilgiyi çıkarma işleminde kullanılan teknikler; sinyalin tipine ve taşıdığı bilginin yapısına bağlıdır. Genel bir tanımla sinyal işleme; sinyallerin taşıdığı bilgi ve yapılarının belirlenmesi ve modellenmesi ile ilgili olan işlemler bütünü, sinyallerin analiziyle ilgilenen uygulamalı matematik alanıdır [13].

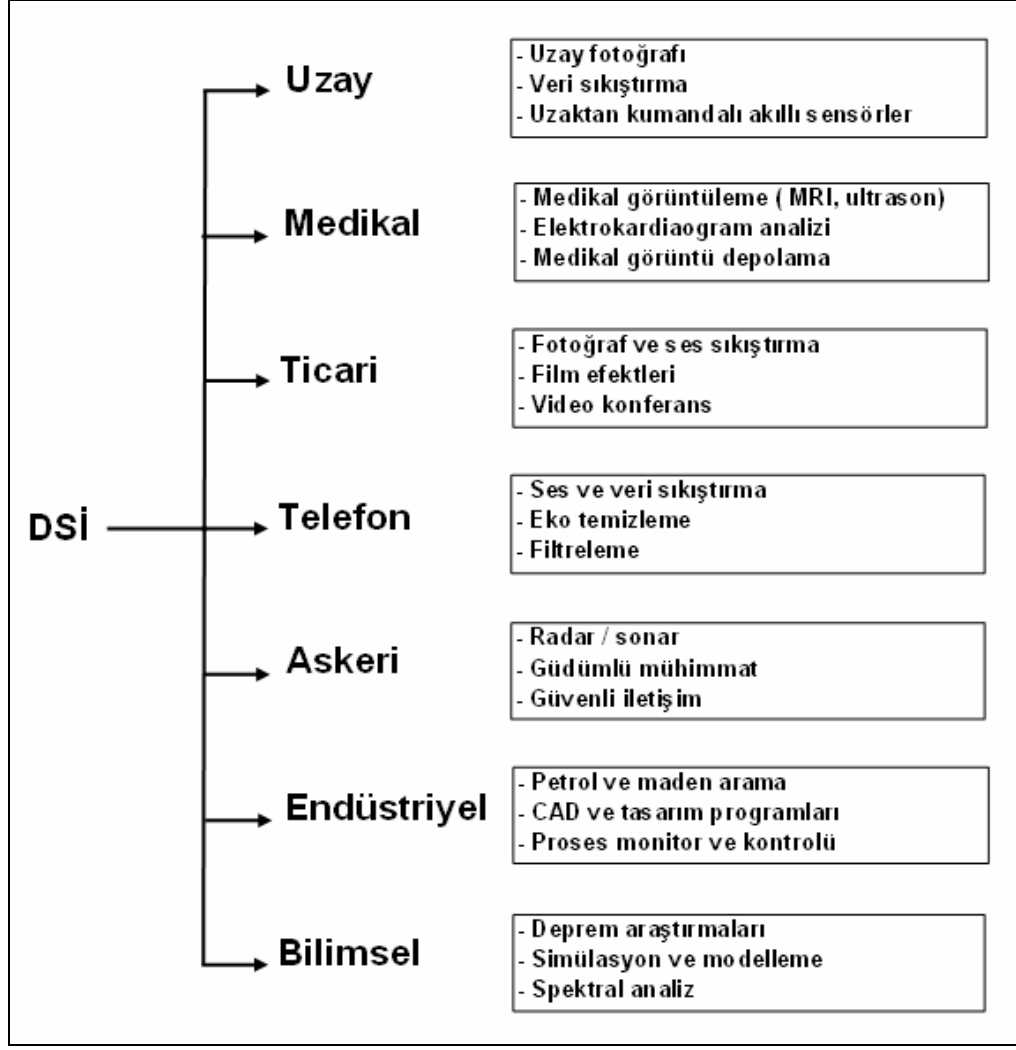
Günümüzde mobil telefonlar, dijital radyo ve tv, radar-sonar, medikal görüntüleme, ses tanımlama, hi-fi sistemleri gibi birçok iletişim ve bilgi işlemeyle ilgili uygulama alanında sinyal işleme kullanılmaktadır. Bilginin etkili ve optimal bir şekilde taşınması, alınması ve algılanması gereksinimi sinyal işlemeyi önemli kılmaktadır.

Sinyal işleme; birçok mühendislik ve bilim dalı tarafından kullanılmaktadır ve içerdiği teknikler karar teorisi, analog ve dijital elektronik, iletişim teorisi, analog

sinyal işleme, sayısal analiz, istatistik ve olasılık teorisi gibi geniş bir yelpazeye yayılan konulara dayanır [14].

2.2.1 Dijital Sinyal İşlemenin Kullanım Alanları

Dijital sinyal işlemenin geçmişi 60'lı ve 70'li yıllara, bilgisayarların icadına kadar dayanmaktadır. Bu dönemlerde bilgisayarlar pahalı ve az sayıda olduğundan, sinyal işleme sadece kritik alanlarda kullanılmıştır. Uygulamalar askeri ve güvenlik amaçlı radar ve sonar araştırmaları, petrol bulma çalışmaları ve uzay araştırmalarıyla sınırlı kalmıştır. 80'li ve 90'lı yıllarda bilgisayarların çoğalması, ucuzlaması ve güçlenmesiyle sinyal işleme, askeri ve idari uygulamalar dışında günümüze kadar uzayan ticari uygulamaları kapsamaya başlamıştır [14]. Şekil 2.13, dijital sinyal işlemenin uygulama alanlarına göre sınıflandırılmasını göstermektedir.



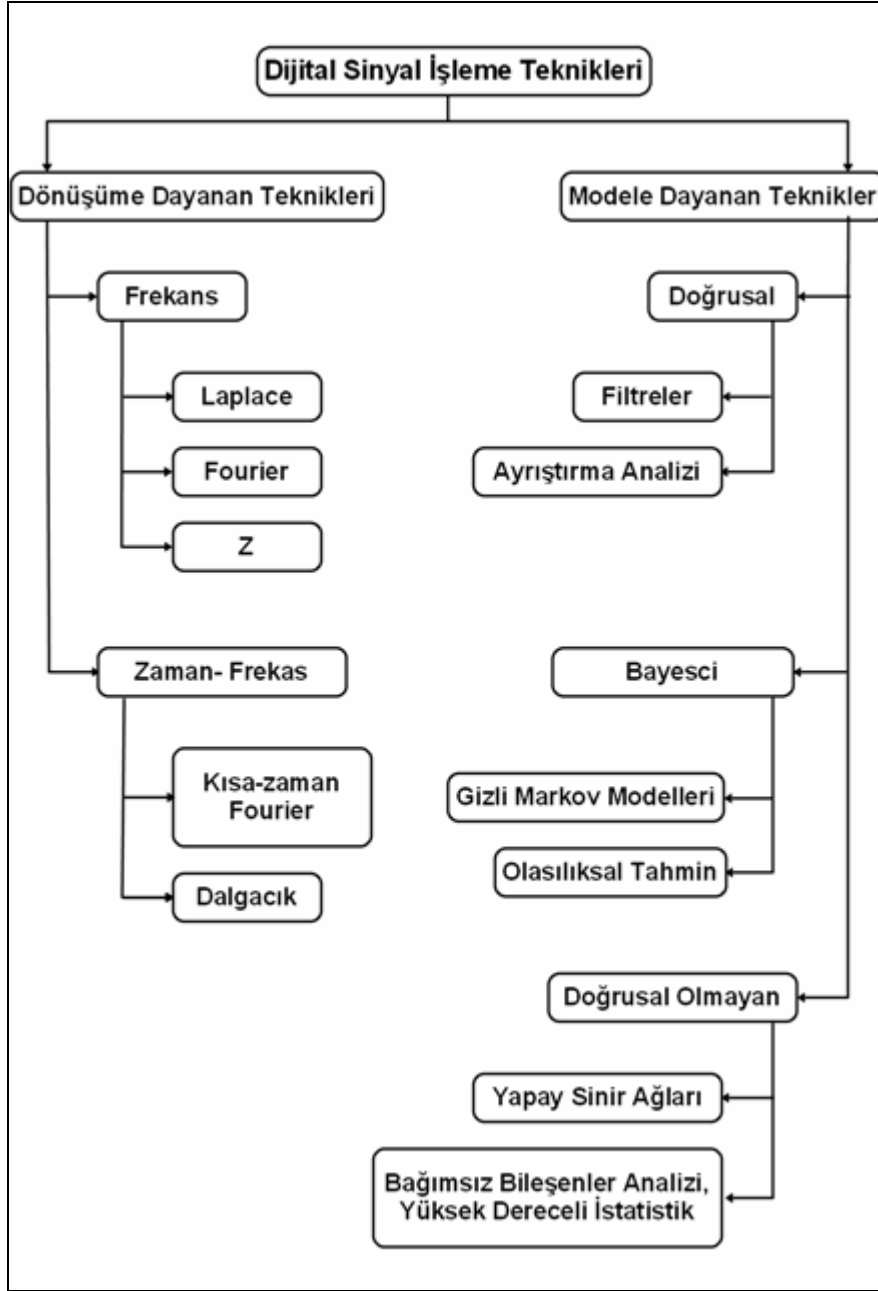
Şekil 2.13 Dijital Sinyal İşlemenin Uygulama Alanları

Kaynak: [14]

2.2.2 Dijital Sinyal İşleme Tekniklerinin Sınıflandırılması

Dijital sinyal işleme; Z, Laplace, Fourier gibi dönüşümler, filtreleme ve filtre dizaynı, zaman-frekans analizi, spektral analiz gibi birçok konu ve kavramı kapsamaktadır [13]. Sinyal işlemede kullanılan teknikler birçok farklı disiplin tarafından geliştirilmiş tekniklerdir. Tek bir kitap, sinyal işlemenin konularını ancak genel olarak içerebilir.

Şekil 2.14'de, sinyal işleme tekniklerinin genel bir şekilde sınıflandırılması gösterilmektedir.



Şekil 2.14 Sinyal İşleme Teknikleri
Kaynak: [12]

Şekil 2.14'de yer alan sınıflandırmaya göre, sinyal işleme teknikleri, dönüşüme dayanan ve modele dayanan teknikler olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Dönüşüme dayanan teknikler bir sinyal ya da sistemi; sinüs sinyalleri, özvektörler ya da dalgacıklar (wavelets) gibi daha basit sinyallerin bileşimi cinsinden açıklamayı amaçladıklarından, basit ve kolay uygulanabilir teknikler olarak kabul edilmektedirler. Örnek olarak Fourier, Laplace, Z ve dalgacık dönüşümleri verilebilir. Bu dönüşümler içinde en sık kullanılanı, etkin bir teknik olan Fourier

dönüşümüdür. Fourier dönüşümüyle bir sinyal, sinüs titreşimlerinin bileşimi olarak ifade edilir. Sıklıkla müzik sıkıştırma, gürültü indirgeme (noise reduction) ve örüntü (pattern) algılamaya yönelik özellik çıkarımı (feature extraction) amaçlı kullanılmaktadır.

Laplace ve onun kesik zamanlı versiyonu olan Z dönüşümleri; Fourier dönüşümünün genelleştirilmiş halleridir. Bu dönüşümler sinyalleri üstsel genlikli zarflardan oluşan süresiz sinüs kümeleri cinsinden tanımlar. Fourier, Z ve Laplace dönüşümleri aynı zaman sürelerine (time duration) sahip olmakla birlikte farklı sinüs fonksiyonlarını temel alır ve titreşimlerinin frekansları ile genlik zarfları açısından farklılık gösterirler.

Bunun aksine, dalgacık ve diğer dönüşümlerde, sinyaller farklı genişmeli (dilation) basit dalgacıklar tarafından oluşturulan küme cinsinden ifade edilirler. Bu temel fonksiyon kümesi, tek ve basit bir dalgacığın daralması (contraction) ve genişmesinden oluşmaktadır. Böylelikle dalgacık yaklaşımı; farklı zaman sürelerine sahip durağan olmayan sinyallerin tanımlanabilmesine ve analiz edilmesine olanak tanır. Dalgacık analizi, etkin bir sinyali altbantlarına (subband) ayırabilmek için yüksek geçiş (highpass) ve alçak geçiş (lowpass) filtrelerini tekrarlı olarak kullanan bir filtreleme yöntemidir [12].

Dönüşüme dayanan tekniklerin dışında, sinyal işleme; modellemeye dayanan tekniklerden oluşmaktadır. Bunlar doğrusal, doğrusal olmayan ve Bayesci teknikler olarak sınıflandırılabilir. Bu tip tekniklerle sinyallerin parametrik modellenmesi yapılmakta, böylelikle sinyallerin geçmişteki hareketlerine göre gelecekteki hareketleri tahmin edilerek, yapı ve örüntüleri belirlenebilmektedir. Modele dayanan teknikler genellikle parametrik olmayan tekniklere göre sinyaller hakkında daha fazla bilgi verirler, ancak bu tekniklerin modelle sınıflanan sinyaller dışında kalan bir sinyal için duyarlılıkları düşüktür.

Sinyallerin doğrusal modellenmesi, filtreleri ve ayrıştırma tekniklerini kapsamaktadır. Filtreler; sinyalleri ayrıştırma (seperation) ya da onarma (restoration) amaçlı kullanılmaktadır. Ayrıştırma amaçlı uygulamalara örnek olarak; gözlemlenen bir sinyaldeki gürültünün temizlenmesi ya da farklı frekansların bileşiminden oluşan bir sinyalin belirli bir aralıktaki frekans cinsinden elde edilmesi verilebilir. Filtrelerin onarma amaçlı uygulamaları ise düşük kalitede

kaydedilmiş ses sinyallerinin daha iyi hale getirilmesi ya da bulanık çekilmiş bir fotoğrafın düzgünleştirilmesi olarak sıralanabilir.

Sinyallerin filtrelerden geçirilmesi analog olarak çeşitli aletlerle yapılabileceği gibi, bilgisayarlarla dijital olarak da yapılabilir. İstatistikte zaman serilerinin analizinde kullanılan AR ve ARMA gibi modeller, doğrusal filtrelere örnek olarak verilebilir. Bununla birlikte, doğrusal olmayan filtreler de bulunmaktadır. Wiener, Kalman ve uyarlanabilir filtreler, dijital sinyal işlemede sık kullanılan filtrelerdir.

Filtreler dışındaki modele dayanan teknikler, çeşitli matris ayrıştırma teknikleri ve Temel Bileşenler Analizi'ni kapsamaktadır. Bu tür tekniklerle sinyaller bileşenlerine veya frekanslarına ayrıştırılmaktadır.

Sinyaller üzerinde kullanılan Bayesci teknikler; gürültü ya da eksik olarak gözlemlenen bir sinyaldeki örüntüyü belirlemede ya da sinyali tahmin etmede sinyalin dağılımıyla ve/ya parametreleriyle ilgili önsel bilgiyi kullanırlar. Gizli Markov Modelleri (Hidden Markov Models) ve olasılıksal tahmin (probabilistic estimation) dijital sinyal işlemede en sık kullanılan Bayesci tekniklerdir.

Doğrusal olmayan teknikler ise Yapay Sinir Ağları, yüksek dereceli istatistikler (higher order statistics) gibi tahmin modelleri ve Bağımsız Bileşenler Analizi'nin de dahil olduğu Kör Kaynak Ayrıştırma (Blind Source Separation) tekniklerini kapsamaktadır. Bahsedilen bu teknikler kesin bir ayırımla sınıflandırılmamakta, uygulamada çakışmakta ya da birleştirilmektedirler [12].

2.3 BİYOMEDİKAL SİNYALLER

Sinyalleri birçok farklı özelliklerine göre sınıflandırmak mümkündür. Çalışmanın konusu, kaynağı biyolojik bir organ olan beyin tarafından üretilen sinyaller üzerine olduğu için, bu bölüm kapsamında biyomedikal sinyaller hakkında bilgi verilmesi gerekli görülmüştür.

2.3.1 Biyomedikal Sinyal Tanımı

Biyomedikal sinyaller, incelenen bir biyolojik sistemden bilgi çıkarımı için kullanılan sinyallerdir. Bu bilgi çıkarımı; bir doktorun hastasının kan basıncını, hastanın kalp atışlarını parmaklarıyla hissederek tahmin etmesi kadar basit olabileceği gibi, iç organların doku analizlerinin bilgisayarlı tomografi kullanılarak gerçekleştirilmesi kadar karmaşık da olabilmektedir [8].

2.3.2 Biyomedikal Sinyallerin Sınıflandırılması

Biyomedikal sinyalleri; fiziksel kaynakları, uygulama alanları ve gösterdikleri karakteristikler açısından sınıflandırmak mümkündür. Sinyalleri karakteristiklerine göre sınıflandırmak analitik açıdan daha önemlidir. Çünkü sinyal işlemede kullanılan teknikler, diğer iki tür sınıflandırma; yani sinyal kaynağı ya da uygulama alanına (kardiyoloji, nöroloji gibi) göre değişim göstermemektedir. Bu kapsamda uygulama alanına göre sınıflandırmaya değinilmeyecek, fiziksel kaynaklarına göre sınıflandırılma hakkında genel bilgi verilmesiyle yetinilecektir. Karakteristiklerine göre sınıflandırmada ise sadece EEG sinyallerinin özellikleri üzerinde durulacaktır. Fiziksel kaynaklarına göre biyomedikal sinyaller aşağıdaki gibi sınıflandırılmaktadır [8]:

Biyoelektrik Sinyaller:

Biyoelektrik sinyaller, en önemli biyomedikal sinyaller olarak kabul edilmektedir. Bu sinyaller sinir ve kas hücreleri tarafından oluşturulur ve özgün özellik gösterirler. Yani her biyolojik sistemin biyoelektrik sinyali farklıdır.

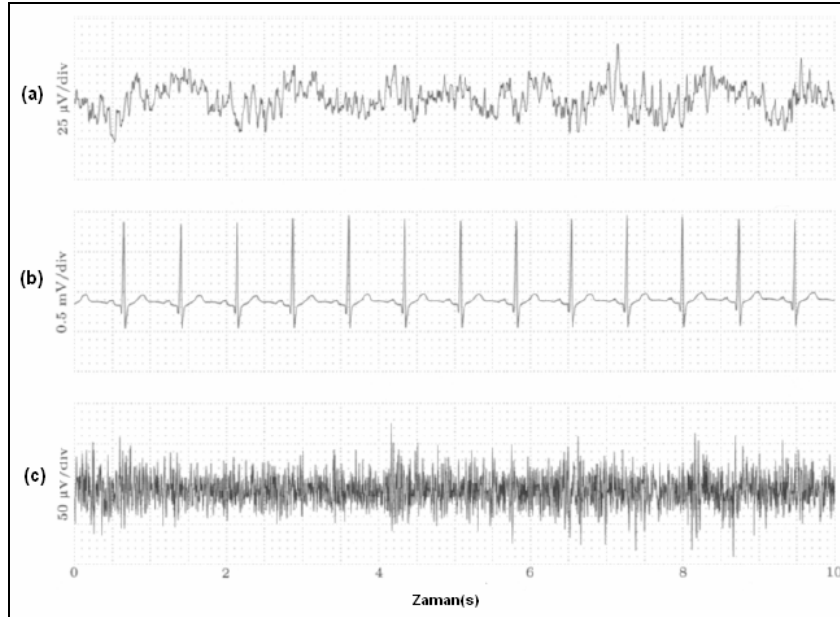
Biyoelektrik sinyallerin kaynağı uygun şartlar sağlandığında, aksiyon potansiyel (action potential) oluşturan hücre zarı potansiyelidir. Aksiyon potansiyel, hücre zarında oluşan iyon yoğunluğunun farklılaşmasıyla, hücre zarının açılıp kapanmasıyla oluşmaktadır.

Araştırmaların konusuna göre tek bir hücrenin oluşturduğu ya da hücreler topluluğu tarafından oluşturulan biyoelektrik sinyallerini ölçmek gerekebilmektedir. Tek hücre ölçümlerinde mikro elektrodlar alıcı olarak kullanılır ve bu durumda ölçülen biyoelektrik sinyal; hücrede oluşan aksiyon potansiyeldir. Daha karmaşık sistemlerde ölçüm için daha farklı elektrodların kullanılması gerekmektedir. Bu durumda algılayıcıların ölçtüğü, birçok hücre tarafından

oluşturulan biyoelektrik sinyalleridir. Hücrel araştırmalar dışında biyoelektrik sinyaller, oluştukları noktadan değil, çeşitli organlardan geçerek yzeeye eriştiklerinde lmlenmektedirler.

Biyoelektrik sinyallere örnek olarak; kafatası üzerinden llen elektrik sinyalleri elektroensefalogramı (EEG) ve manyetik sinyaller manyetoensafalogramı (MEG), ameliyatlarda beynin üzerinden llen elektrokortikogramı (EcoG), olaya ilişkin potansiyelleri (event related potentials), kalp ritimleri olan elektrokardiogramı (ECG), kaslarda oluşan elektromiyogramı (EMG), sinir liflerindeki aksiyon potansiyeller olan elektronrogramı (ENG), görme alanının belirlenmesinde kullanılan, retinadan elde edilen elektoretinogramı (ERG) ve göz hareketleri elektrooklogramı (EOG) sıralanabilir [15].

şekil 2.15'de biyoelektrik sinyallere örnek olarak sırasıyla (a) alfa frekansında EEG, (b) kalp ritmi olan ECG ve (c) ene kasından llen EMG sinyalleri gösterilmektedir.



şekil 2.15 (a) EEG (b) ECG ve (c) EMG Sinyalleri
Kaynak:[15]

Biyomedans Sinyaller:

Organik bir dokunun impedansı, o dokunun bazı bileşenleri; içinden geçen kanın hacmi ve dağılımı, hormonal ve otomatik sinir sistemi aktivasyonu gibi birçok biyolojik bilgi içermektedir. Biyomedans sinyaller dokulara test amaçlı 50kHz-1Mhz frekans ve 20µA - 20mA voltaj aralığında sinus akımları gönderilerek elde edilirler. Ölçümlerde tercih edilen frekans aralığı; elektrodlar arası polarizasyon problemini olabildiğince en düşük seviyede tutmak, akım aralığı ise ısınmadan doğacak hücre yıkımını engellemek amacıyla düşük seviyelerdedir.

Biyokustik sinyaller:

Kanın kalp kapakçıkları ve damarlar içinde akışı sırasında oluşturduğu gürültü ya da havanın akciğerlerde üst ve alt havayolları arasında geçerken çıkardığı sesler (öksürük, horlama, göğüs ve akciğer sesleri gibi) biyokustik sinyaller olarak adlandırılırlar. Ayrıca sindirim sistemi ve eklemlerde kasların oluşturduğu sesler de bu tür sinyaller kapsamındadır. Biyokustik sinyaller, yüzeyden mikrofon ya da ivmeölçer (accelerometer) gibi mikroakustik dönüştürücüler (transducers) kullanılarak ölçülmektedir..

Biyomanyetik sinyaller:

Beyin, kalp, akciğer gibi organlar çok zayıf manyetik alanlar oluşturur. Bu organların oluşturdukları sinyallerin ölçülmeleri, diğer biyomedikal sinyallerden elde edilemeyen bilgilere ulaşılmasını sağlar. Ölçülen manyetik alanların düşük seviyede olmasından dolayı istenmeyen bir durum olarak düşük sinyal/gürültü oranı (signal-to-noise ratio) verirler. Biyomanyetik sinyal araştırmaları normalden fazla dikkat gerektirmektedir.

Biyomekanik sinyaller:

Biyomekanik sinyaller, biyolojik sistemlerin mekanik bir fonksiyonu sonucunda oluşan tüm sinyalleri kapsayan bir tanımlamadır. Sinyallerin hareket ve yer değiştirmesi, basınç ve gerilimleri bu kapsama girer. Bu tür sinyaller biyoelektrik, biyomanyetik ya da biyokustik sinyaller gibi yayılmadığından, ölçüm yeri kesin olarak belirlenmelidir. Bu durum daha fazla dönüştürücü gerektirdiğinden, basit ve ucuz sistemlerin kullanımını olanaksız kılmaktadır.

Biyokimyasal sinyaller:

Biyokimyasal sinyaller, genellikle çok düşük frekanslı, canlı bir doku ya da laboratuarda analiz edilen örnekler üzerinde kimyasal ölçmeler sonucu elde edilen sinyallerdir. Bir hücrenin içinde ve çevresindeki farklı iyon konsantrasyonlarının ölçümü, kan ya da solunum sistemindeki oksijen ve karbondioksidin kısmi basınçları (pO_2 ve pCO_2), biyokimyasal sinyallere örnek olarak verilebilir.

Biyooptik sinyaller :

Biyooptik sinyaller, biyolojik bir sistemde optiksel faaliyetler sonucu oluşan sinyallerdir. Bir organa farklı dalgaboylarında ışık gönderilerek, organın geçirdiği ve yansıttığı ışığın ölçümüyle o organdaki oksijen değerleri hakkında tahmin yapılabilir. Fetüs hakkında önemli bilgiler, amniyotik sıvının ışınım yapısı ölçülerek edinilebilir. Dolaşım sistemine boyalı bir madde verilerek, kalbin durumu hakkında tahmin yürütülebilir. Özellikle fiberoptik teknolojisinin gelişmesi, biyooptik sinyallerin uygulama alanlarına büyük ölçüde katkıda bulunmuştur.

Biyomedikal sinyallerin karakteristiklerine göre sınıflandırılmaları, sinyal işleme açısından en uygun sınıflandırma biçimidir. Sinyal işlemede kullanılan teknikler, sinyallerin fiziksel kaynaklarından ya da uygulama alanlarından çok karakteristiklerine göre değişmektedir. EEG sinyallerinin Şekil 2.11'de gösterilen sinyal özellikleri açısından üçüncü bölümde ele alınacaktır.

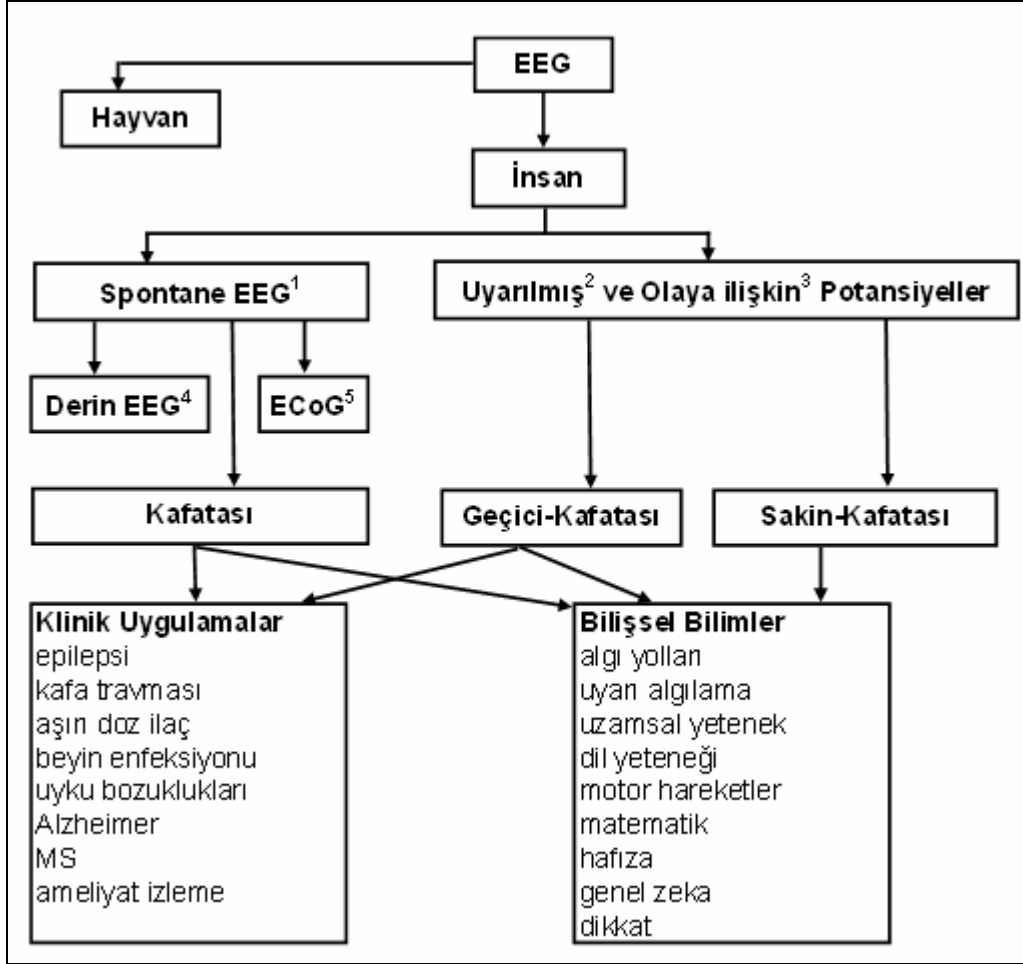
3 EEG SİNYALLERİ

3.1 EEG TANIMI

EEG, beyin faaliyetleri sırasında oluşan elektrik potansiyellerinin titreşimlerinin (oscillations) kafatası üzerine yerleştirilen elektrodlar aracılığıyla gözlemlenmesidir [16]. Beynin nörolojik fonksiyonları ve nöropsikolojik özelliklerinin anlaşılması ve araştırılması, ayrıca teşhis ve tedaviye yönelik birçok klinik amaç için günümüzde EEG sinyallerine sıklıkla başvurulmaktadır. EEG sinyallerinin tıp, klinik psikoloji, bilişsel bilimler, biyomedikal mühendisliği gibi uygulama alanlarında ve daha geniş bir yelpazeye yayılan akademik araştırmalarda kullanım amaçları aşağıdaki gibi özetlenebilir [17]:

- Uyanıklılık, koma ve beyin ölümünün belirlenmesi,
- Beyin kanaması, travma ya da tümörler nedeniyle oluşabilecek hasarlı bölgelerin belirlenmesi,
- Uyarılmış potansiyeller (evoked potentials) ile sinir yollarının test edilmesi,
- Biyogeribildirim (biofeedback),
- Ameliyatlarda anestezi aşamasının kontrolü,
- Alfa ritmi takibi,
- Epilepsinin teşhisi ve nöbetlerin başlangıç bölgesinin belirlenmesi,
- Epilepsi ilaçlarının yan etkilerinin belirlenmesi,
- Beynin gelişiminin izlenmesi,
- Uyku bozuklukları ve uyku psikolojisinin araştırılması,
- Mental hastalıkların belirlenmesi,
- Beyin görüntüleme teknikleri yanında bilgi sağlaması.

Şekil 3.1, EEG sinyallerinin klinik uygulamalarını göstermektedir. İnsan EEG'si üzerine yapılan çalışmalar, spontane olarak sinyallerin kaydedilmesi ya da beynin bir uyarıya verdiği tepkinin ölçülmesi açısından ikiye ayrılmaktadır.



Şekil 3.1 EEG Sinyallerinin Klinik Uygulamaları

Kaynak: [16]

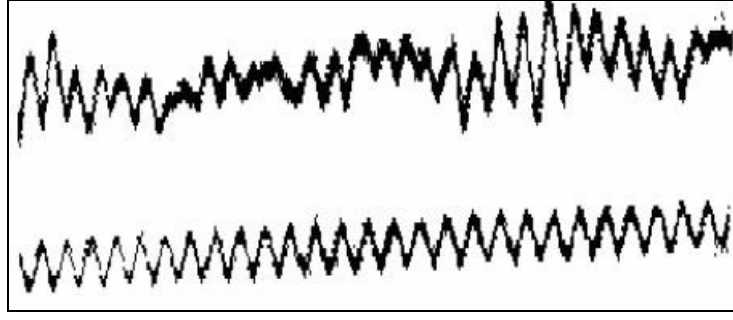
Spontane EEG¹; belirli bir duymusal uyarıcı (sensory stimuli) olmadığı durumlarda gerçekleşen sinyallerdir. Spontane EEG; kafatası üzerinden ya da açık beyin üzerinden ölçülmektedir. Açık insan beyni üzerinden alınan sinyaller etik açıdan sadece epilepsi ameliyatlarında elde edilmektedir. Bu sinyaller, elektrodların beyin içine (Derin EEG⁴) ya da beyin yüzeyine (ECoG⁵) yerleştirilerek ölçülmektedir. Spontane EEG, klinik açıdan mental hastalıkların, koma durumunun, uyku bozukluklarının, travma ve tümörlerin belirlenmesinde kullanılmaktadır.

EEG'nin diğer klinik uygulamaları, bilişsel bilimlerle ilgilidir. Hafıza, algılama, duyma, görme, motor hareketler gibi işlevlerin ölçülmesi, beyne belirli uyarıcı sinyallerin gönderilmesi ve verdiği tepkilerin kaydedilmesiyle elde edilmektedir. Uyarılmış potansiyeller², sürekli yanıp sönen ışık, parmak ucuna uygulanan basınç, düşük elektrik şokları, farklı ses tonları gibi belirli duyumsal uyarıcılara verilen tepkilerle ilgilenen EEG uygulamalarında kullanılan sinyallerdir. Bu tip araştırmalarda beynin tek bir uyarıcıya verdiği tepki dalgaları deney tekrarlanarak birçok kez elde edilir ve dalgaların ortalaması alınarak ölçülen sinyallerden spontane EEG yapısının çıkartılması amaçlanır. Ortalama bir uyarılmış potansiyel elde etmek için, uyarıcılar araştırmaya bağlı olarak onlarca ya da binlerce kez tekrarlanabilmektedir. Olaya ilişkin potansiyeller³ (event related potentials) de uyarılmış potansiyeller gibi elde edilmektedir; fakat onlardan farklı olarak hafıza, dikkat, mental durumda değişiklik gibi daha yüksek bilişsel beyin faaliyetleri nedeniyle ve daha uzun bir tepki süresi sonrası gerçekleşmektedirler. Geçici (transient) sinyaller ise kısa tekrarlı uyarıcılar sonucunda elde edilen uyarılmış ve olaya ilişkin potansiyellerdir [16].

3.2 EEG TARİHÇESİ

Beyin tarafından üretilen sinyaller üzerinde yapılan ilk önemli çalışma, 1875 yılında İngiliz bir bilimadamı olan Richard Caton'ın bir deney hayvanı üzerinde spontane beyinsel elektrik aktiviteyi tespit ettiği deneyin bulgularını açıkladığı çalışma olarak kabul edilmektedir [18]. Bu deneyin önemli bir özelliği, elektronik yükselticilerin icadından 50 sene önce gerçekleştirilmesidir.

Bundan sonraki ilk önemli gelişme, 1924 yılında, Alman psikolog Hans Berger'in ilk insan EEG'sini (Şekil 3.2) kaydetmesidir. Bu sinyaller deneklerin kafataslarına bugün kullanılan elektrodlar yerine metal bantlar yerleştirilmesi ve bir galvanometre yardımıyla dalgalanmaların kağıt üzerine aktarılmasıyla elde edilen, zigzag görünümlü sinyallerdir.



Şekil 3.2 Kaydedilen İlk EEG

Kaynak : [18]

Berger, 1924 - 1938 yılları arasında yaptığı deneylerle, insan beyninin düzensiz ve düşük voltajlı elektrik sinyallerini incelemiş ve çalışmalarının ilerlemesiyle beyin dalgalarının tamamen rassal olmadığını, zamanla değişen bazı periyodik ve düzenli dalgalanmaların gerçekleştiğini gözlemlemiştir. Gözlemleri sonucu, uyku ile uyanıklılık süreçlerinde farklı beyinsel aktivitelerin gerçekleştiği önerisini savunmuştur. Ayrıca epilepsi nöbeti esnasındaki beyin sinyallerini gözlemleyerek, bu dalgaların insanların patolojik durumları hakkında bilgi verebileceğini söylemiştir. Beyin elektrik sinyalleri için elektroensefalogram kelimesini ilk kullanan bilimadamı olan Berger'in ilk önemli makalesinin 1929'da yayımlanmasına ve çalışmalarının oldukça önemli olmasına rağmen, araştırmaları büyük ölçüde gözardı edilmiş, ancak 1934 yılında İngiliz araştırmacıları Adrian ve Matthews'un Berger'in sonuçlarını onaylayan bulgular elde etmesiyle "insan beyin dalgaları" bir araştırma konusu olarak kabul görmeye başlamıştır.

Adrian ve Matthews'un Berger'in çalışmalarına yaptıkları katkı, ölçülen sinyalleri güçlendirerek 10 -12 Hz arasında dalgaları kaydetmeyi başarmış olmalarıdır. Adrian ve Matthews'un Alfa ritmi ismini verdikleri bu dalgaların, deneklerin görme alanındaki bir objeye ilgilerini yöneltmeleri durumunda kaybolduklarını gözlemlemişlerdir [8].

20. yüzyıldan günümüze kadar gelen EEG araştırmaları ve teknolojisi hızlanan bir ivmeyle hergün artmakta ve gelişmektedir. EEG sinyalleri artık yalıtılmış odalarda, daha iyi kalibre edilmiş sistemlerle, çok daha az gürültü barındıran sinyaller olarak ölçülmekte; açık beyin ameliyatlarından mikro boyuttaki nöron araştırmalarına, Beyin-Bilgisayar Arayüzlerine (Brain-Computer Interface) kadar geniş bir alanda kullanılmaktadır. Disiplinlerarası çalışmalarla farklı tekniklerin

geliştirilmesi, teknolojik gelişmelerin hızlı bir şekilde yayılması gibi etkiler sadece EEG sinyallerine değil tüm beyin araştırmalarına yansımaktadır. Uygulanan teknikler açısından farklı disiplinlerin farklı varsayım ve yaklaşımları olması, ortak bir fikir birliğinin sağlanamamasına neden olmuştur. Bu nedenle insan beynin tam olarak anlaşılmasının gelecek yüzyılda gerçekleşeceği öngörülmektedir.

3.3 EEG SİNYALLERİNİN OLUŞUMU

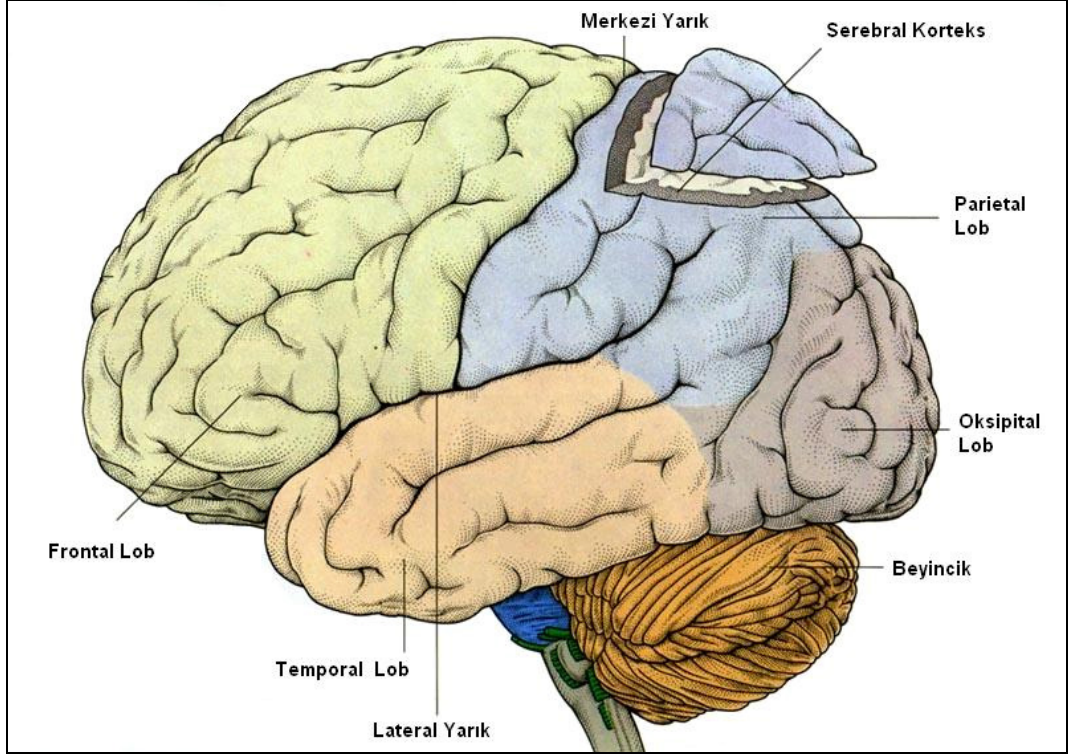
İnsanın en karmaşık organı kuşkusuz beynidir. İnsan beyni 100 milyardan daha fazla beyin hücresine, yani nörona sahiptir. Nefes alma, hareket etme, duyu organlarıyla hissetme gibi motor aktiviteleri ve bilişsel faaliyetleri kontrol eden beyin, tüm fonksiyonlarını sinir ve kas sistemine bağlı olarak gerçekleştirir. Serebral korteks ve bölümlerinin isimleri Şekil 3.3'de gösterilmektedir. Serebral korteksin frontal, parietal, oksipital ve temporal lob olmak üzere dört bölümden ve beyincikten oluştuğu görülebilir.

Frontal lob, beynin ön kısmında bulunur. Çıkarım yapmak, yüksek seviyeli bilişsel faaliyetler, motor hareketler ve dilin kullanımı ile ilişkili olan frontal lobla parental lob arasında motor korteksi vardır. Bu bölüm diğer loblardan bilgi alarak bu bilgiyi vücut hareketine dönüştürür. Frontal lob 25 yaşında olgunluğa erişmektedir.

Parental lob, serebral korteksin orta kısmında bulunan, basınç, dokunma, acı gibi dokunma duyusuyla ilgili bilgileri işleyen kısımdır.

Şakak lobu olarak da adlandırılan temporal lob, serebral korteksin alt yanlarında bulunur. Seslerin ve konuşma dilinin algılanmasıyla ilintilidir. Anıların oluşmasıyla ilgili olan hipokampus de bu lobda bulunmaktadır.

Beynin arka tarafında bulunan oksipital lob, görsel uyarıcı ve bilgilerin işlenmesiyle ilgilidir. Retinadan görme yoluyla alınan uyarıların bilgiye dönüştürülmesiyle ilintilidir.

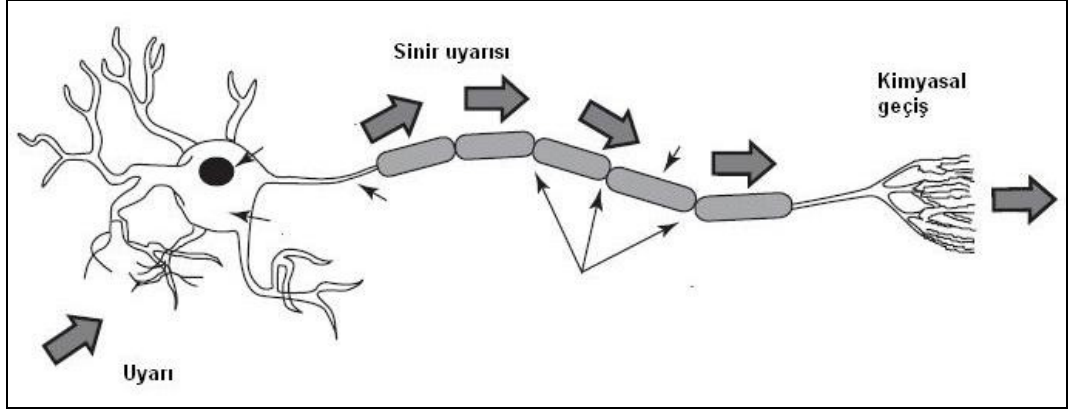


Şekil 3.3 Serebral Korteks ve Bölümleri

Kaynak: [19]

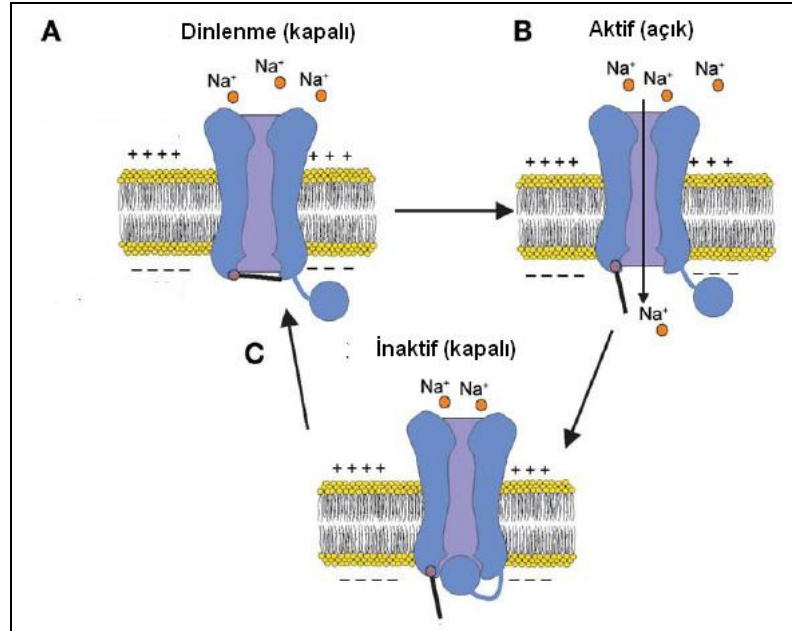
Nöronlar, sinyalleri uzun mesafelere hızlı biçimde aktarabilme özelliklerinden dolayı diğer vücut hücrelerinden farklılık gösterirler. Nöronlar sinyal taşıma işini, sinir ağları üzerinde kimyasal yolla hareket edebilen karakteristik elektrik pulsları olan aksiyon potansiyeller oluşturarak gerçekleştirirler. Nöronlara gelen sinyaller, aksiyon potansiyeller zincirlerinin ateşlenmesiyle işlenerek bilgiye dönüştürülür ve oluşan bilgi gene aksiyon potansiyeller zincirlerinin ateşlenmesiyle diğer nöronlara iletir [20] .

İnsan beynindeki hücrelerin büyük bir bölümünün, diğerlerini etkileme özelliği bulunmaktadır. Bir nöronun en büyük parçası olan dendrit, başka hücrelerden gelen uyarıları alarak işler ve miyelin kaplı uzantısı boyunca geçirek aksona iletir. Aksonda gerçekleşen kimyasal aktiviteyle işlenen bilgi diğer hücrelere aktarılır. Şekil 3.4, bir nöronu göstermektedir.



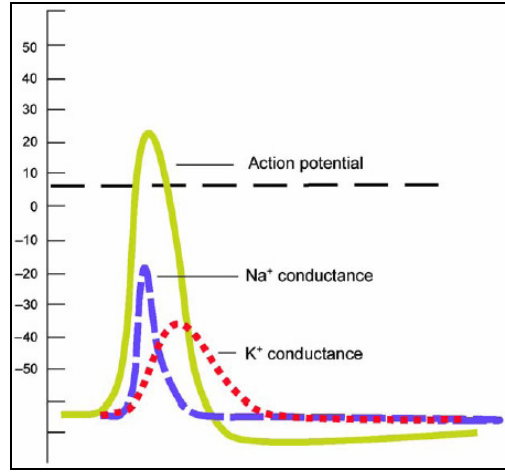
Şekil 3.4 Nöron
Kaynak: [17]

Aksiyon potansiyeller, hücre zarındaki iyonların kimyasal hareketiyle gerçekleşmektedir. Aksonda gerçekleşen kimyasal geçiş, Şekil 3.5'de gösterilmektedir. Şeklin ortaya koyduğu gibi kimyasal hareket için üç durum söz konusudur: Aktif durumda, hücre iyon (sodyum ve potasyum) geçişi mümkündür. İyon dengesi sağlandığı zaman inaktif duruma geçilir ve zar kapanır. İyon dengesi tekrar bozuluncaya kadar dinlenme durumunda kalınır



Şekil 3.5 Kimyasal Hareket
Kaynak: [21]

Hücre zarının içerisinde dışarıya oranla daha negatif olduğu dinlenme durumundaki (Şekil 3.5(a)) bir hücre, herhangi bir uyarıcı ile uyarıldığında; zarın dinlenme potansiyeli milisaniyeler içerisinde değişerek pozitif bir değere ulaşır. Zar potansiyelinde, içerisinde dışarıya oranla daha pozitif değer kazandığı bu duruma depolarizasyon adı verilmektedir. Zar potansiyeli bu durumda fazla kalmadan, çok kısa bir süre içerisinde eski dinlenme potansiyeline geri döner. Zar potansiyelinin depolarizasyondan tekrar dinlenme potansiyeline geri dönüşü repolarizasyon olarak tanımlanmaktadır. Bir aksiyon potansiyeli, depolarizasyon ve repolarizasyondan oluşmaktadır [20]. Bir aksiyon potansiyel için zardaki iyon geçirgenliğinin eşik değerinin aşılması Şekil 3.6'da gösterilmektedir.



Şekil 3.6 Aksiyon Potansiyel
Kaynak: [21]

Birçok beyin hastalığı, EEG sinyallerinin görsel olarak bir uzman tarafından incelenmesiyle tanımlanabilir. Sağlıklı bir yetişkinin beyin sinyallerinin genlik ve frekansları, beyin bir durumundan diğerine geçtiğinde değişim göstermektedir. Ayrıca sinyaller yaşa göre farklılaşmaktadır. Beyin sinyalleri frekans bantları açısından Delta (δ), Teta (θ), Alfa (α), Beta (β), ve Gamma (γ) olarak beş temel grupta incelenmektedir [17] :

Delta (δ) ritmi: Genlikleri 100 μ V'dan küçük, 3.5 Hz'in altındaki beyin dalgalarıdır. Bazı durumlarda genlik 1 Hz'in altına da düşer. Düşük Delta ritmi, süt çocuklarında ve ağır organik beyin hastalıklarında görülür. Bazı araştırmacılar insanların bebekliklerini hatırlamamasını, bu ritmin beynin gelişimiyle kaybolmasına bağlamaktadır.

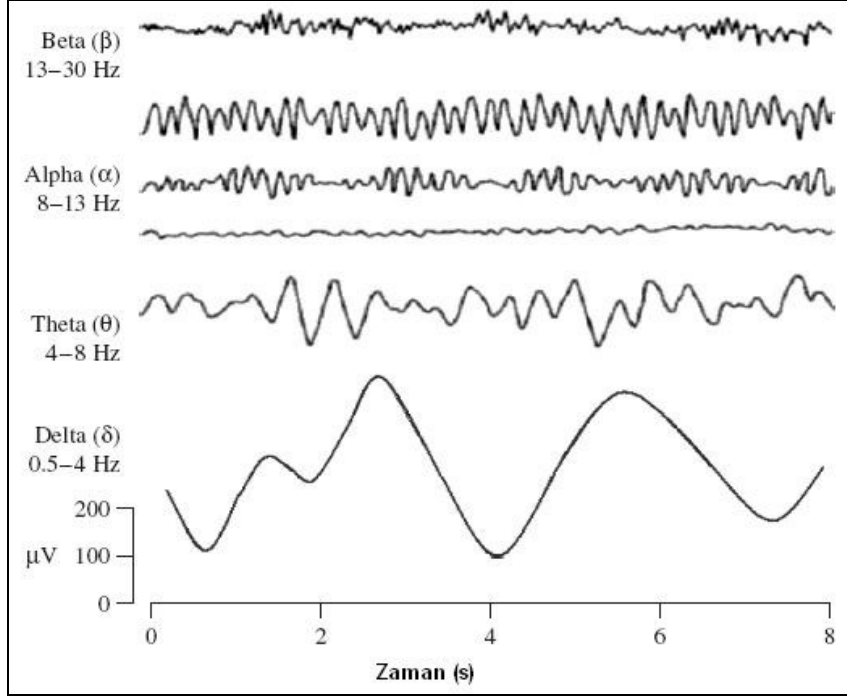
Teta (θ) ritmi: Genlikleri 100 μV 'dan küçük, 4 Hz ile 7 Hz arasındaki dalgalarıdır. Özellikle, çocuklarda parietal ve temporal bölgelerde, yetişkinlerde ise duygusal gerginlik ve düş kırıklığı gibi durumlarında ortaya çıkar.

Alfa (α) ritmi: Yoğun şekilde oksipital bölgede ortaya çıkan, genlikleri 5 μV 'a kadar olan, 8-13 Hz arası dalgalarıdır. Beynin uyanıklılık ve sakin durumunda ortaya çıkar ve uyku durumunda yok olurlar. Dikkatin herhangi bir şeye yöneltilmesi durumunda, Alfa dalgaları yerini daha yüksek frekanslı, fakat düşük genlikli Beta dalgalarına bırakır.

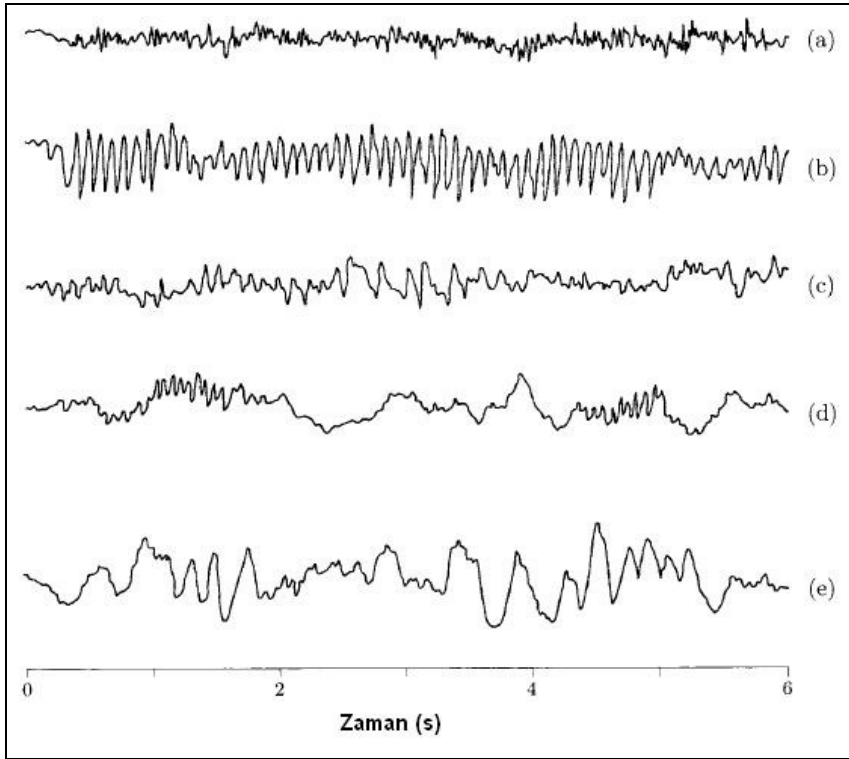
Beta (β) ritmi: Frekansları 12 Hz'in üzerindeki beyin dalgalarıdır. 25 Hz'e ve nadiren 50 Hz'e kadar uzanırlar. Parietal ve frontal bölgelerde belirgin olarak kaydedilebilirler. Beta-I ve Beta-II olmak üzere ikiye ayrılırlar. Beta-II dalgalarının frekansı, Beta-I dalgalarının iki katıdır ve Alfa dalgalarında olduğu gibi zihinsel aktivitenin artması ile ortadan kalkarlar. Bu durumda yerlerine düşük genlikli asenkron dalgalar oluşur. Beta-II dalgaları, merkezi sinir sisteminin kuvvetli aktivasyonunda veya gerginlik hallerinde ortaya çıkar.

Gamma (γ) ritmi: Bazı araştırmacılar Beta-II dalgaları yerine Gamma dalgalarını kullanmaktadır. Genlikleri 2 μV 'dan küçüktür. Beynin merkezine doğru dalgaların genlikleri artar. Uykunun karakteristik belirtisini taşırlar.

Adı geçen beyin ritimleri Şekil 3.7'de gösterilmektedir. Şekil 3.8'de ise farklı beyin durumlarında oluşan sinyaller verilmiştir. Sinyaller sırasıyla (a) heyecan, (b) dinlenme, (c) rahvet, (d) uyku ve (e) derin uyku durumlarında ölçülmüştür.



Şekil 3.7 Farklı Frekanslarda EEG Sinyalleri
Kaynak [17]

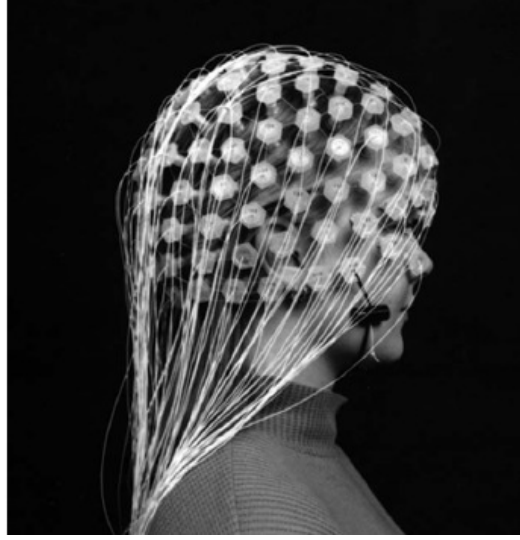


Şekil 3.8 Farklı Bilişsel Faaliyetleri Gösteren EEG Sinyalleri
Kaynak: [15]

3.4 EEG SİNYALLERİNİN ELDE EDİLMESİ

Daha önce de belirtildiği gibi EEG sinyalleri sınırlı ve özel durumlarda beynin içinden ya da yüzeyinden, çoğunlukla kafatası üzerinden elde edilmektedir.

Önceleri deneklerin saçları kazınarak ve elektrodların kafatasına yapıştırılması şeklinde gerçekleşen ölçümler, günümüzde elektrod kepleri (Şekil 3.9) kullanılarak yapılmaktadır. Kep üzerine belli aralıklarla yerleştirilmiş olan elektrod girişlerine, elektrik akımını algılanmasını kolaylaştıracak akışkan bir jel sürülmektedir.



Şekil 3.9 64 Kanalı Bir EEG Kepi
Kaynak:[22]

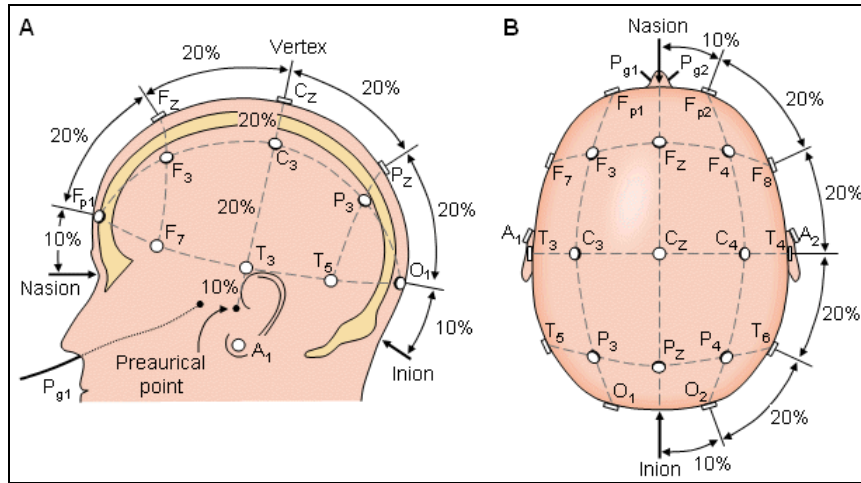
Elektrodların kepe yerleştirilmesi, Amerikan Elektroensefalogram Topluluğu tarafından belirlenen uluslararası standartlara göre gerçekleştirilmektedir. Bu standartlar, elektrodların teknik özellikleri, kepe yerleştirilme açıları ve kullanılan sistem hakkında çok fazla sayıda teknik koşulu kapsamaktadır. Yapılan deneylerin uluslararası geçerliliklerinin olması ve kıyaslanabilmeleri açısından belirlenen minimum ölçüm seviyeleri önem taşımaktadır.

Farklı tiplerde elektrod kepleri olmakla birlikte, en sık kullanılan elektrod kepleri, 10-20 yerleştirme sistemi olarak adlandırılan bir standarta göre oluşturulmuş keplerdir. 10-20 sistemi, 19 kafatası ve 2 kulak elektrodundan oluşmaktadır. Günümüzde kullanılan modern kepler için 20 kafatası ve 1 burun elektrodu yeterli

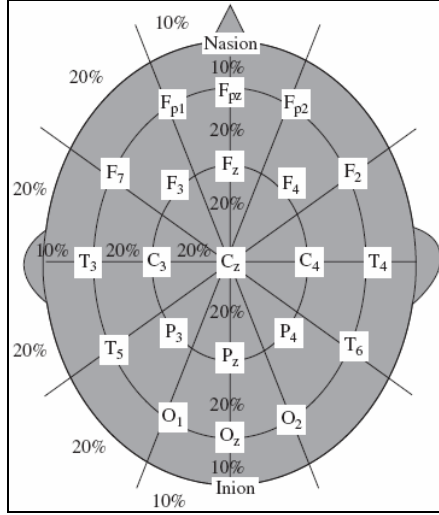
olmaktadır. Elektrodlar kepe sistemle belirlenmiş açılarla ve farklı loblar üzerinden sinyalleri algılayabilecek şekilde yerleştirilmekte ve buldukları bölgeye göre adlandırılmaktadır. Kulak ya da burun elektrodları, s:r oranının hesaplanması için kullanılmaktadır.

Kepteki her elektrod bir kanal işlevi görmekte ve EEG sinyalleri tercihe göre unipolar veya bipolar olarak kaydedilmektedir. Kaydın unipolar ya da bipolar olması, elektrodların bağlanmasıyla ilgilidir ve polarizasyon probleminin araştırmada nasıl ele alınacağına göre tercih edilmektedir. Unipolar kayıtlarda bir elektrod yakın bölgelerden de sinyal alırken, bipolar kayıtlar yakın bölgelerdeki potansiyel farkını gözettiği için daha duyarlı sonuçlar vermektedir.

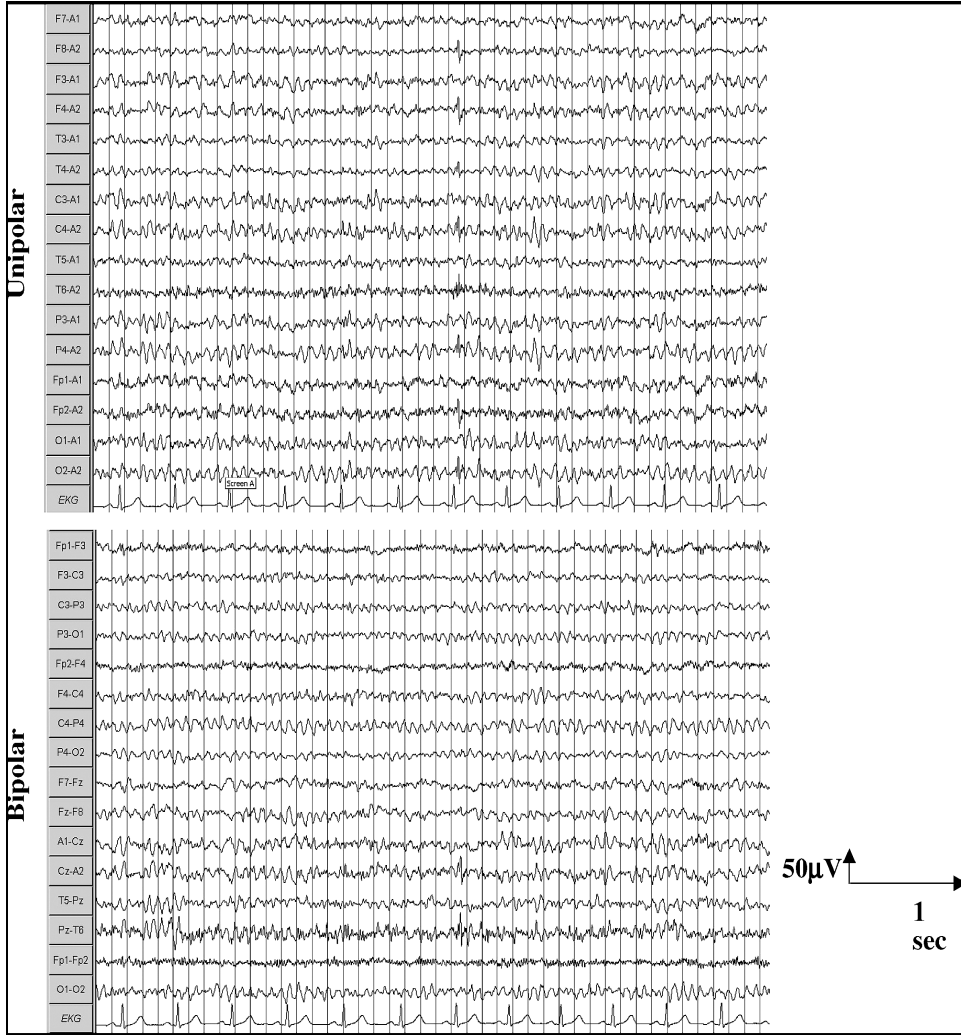
İleri düzeydeki deneylerde, 32 ve 64 hatta 128 elektrodan oluşan kepler kullanılabilmektedir [52]. Şekil 3.10; 10-20 yerleştirme sistemini, Şekil 3.11 ise aynı sistemi farklı açılardan göstermektedir. Unipolar ve bipolar olarak kaydedilmiş EEG sinyalleri Şekil 3.12'de verilmiştir.



Şekil 3.10 10-20 Sistemi
Kaynak:[20]



Şekil 3.11 10-20 Sisteminin Açısal Görünümü
Kaynak [17]



Şekil 3.12 Unipolar ve Bipolar EEG Kanalları
Kaynak:[8]

3.5 EEG SİNYALLERİNİN YAPISI

EEG sinyallerinin deterministik ya da stokastik özellik göstermesi tartışma konusudur. Süregelen çalışmalarda, EEG sinyallerinin deterministik ya da stokastik olma özelliklerini kanıtlayacak analitik nedenler aranmakla beraber, çalışmaların büyük birçoğu sinyallerin doğrusal olmayan dinamik bir sistem tarafından üretildiği hipotezini kabul etmektedir. Bu dinamik sistemin çıktısı, stokastik bir sürece benzeyen kaotik davranışlar sergileyen deterministik bir süreç tarafından yaratılmaktadır. Bu deterministik süreç çok karmaşık bir yapı göstereceğinden stokastik bir süreçten kolaylıkla ayırt edilmesi mümkün olmayacaktır [15]. Kaotik deterministik süreç olarak tanımlanan bu sürecin EEG sinyallerine uygunluğu henüz kanıtlanmamıştır. Yalnız epilepsi nöbetlerinden önce ve nöbetler sırasında elde edilen EEG sinyallerinin kaotik deterministik süreç olarak modellenmesinin diğer varsayımlara göre daha başarılı olduğu gözlemlenmiştir [18].

EEG sinyalleri bireysel dalgalardır. Genlik, süre ve morfoloji açısından kesin yapısı belirlenemediğinden, bu sinyallerin stokastik bir süreç tarafından üretildiği söylenebilir. Bilişsel faaliyeti gösteren “saf” bir EEG sinyali ölçülemez. Eğer böyle bir deterministik EEG sinyali ölçülebilir bile olsa, bu sinyal kullanılan elektrodların etkileşimleri, yükseltici (amplifier), ya da dijital hale getiren sistem tarafından rassal gürültü oluşturulacağı için stokastik özellikte olacaktır [15].

EEG sinyallerinin stokastik sürece uygun olduğu varsayımı kabul edilmesi durumunda sinyallerin karakteristiğine ne tür bir olasılık yoğunluk fonksiyonunun uygun olduğunun belirlenmesi sorunsalı ile karşılaşılır. Burada da birçok farklı yaklaşım vardır. Ancak analitik yöntemlerin uygulanabilirliği açısından genel yaklaşım, EEG sinyallerinin çok değişkenli normal dağılıma sahip olduğunu varsaymaktır. Bu varsayımın altında, çok sayıda küçük nöral üreteçler tarafından üretilen sinyallerin toplamının kafatası üzerinden ölçülmesi yatmaktadır. Merkezi limit teoremine dayanarak, bağımsız rassal değişkenlerin toplamı limite giderken normal dağılıma uyacağı kabul edilmektedir. Bu varsayım nöral üreteçlerin birbirinden bağımsız olarak hareket ettikleri görüşünü savunur. Fakat bu görüş, nöral üreteçler arasında küçük gruplar olduğunu, bunların da senkronize ve birbirine bağımlı olarak hareket ettiklerini savunan araştırmacılar tarafından sorgulanmaktadır [15].

Genel eğilim olarak çok kanallı EEG sinyallerinin çok değişkenli normal dağılıma uyduğu kabul edilse de, sinyaller kaydedildikleri sürecin farklı zaman parçalarında özellikle ortalama ve kovaryans yapıları bakımından farklılık göstermektedir. Bundan dolayı EEG sinyallerinin kısa zaman aralıklarında durağan oldukları varsayılır. Normallik varsayımı, normal beyin durumunda ölçülen sinyallerde geçerli olup, bilişsel ve fiziksel faaliyetlerde geçerliliğini yitirmektedir. Durağan olmayan EEG sinyalleri özellikle uyku ile uyanıklılık arasındaki geçiş esnasında, göz kırpma sırasında, farklı iktal durumları arasındaki geçişlerde, olaya ilişkin ve uyarılmış potansiyeller sırasında gözlemlenmektedir [17].

4 BAĞIMSIZ BİLEŞENLER ANALİZİ

4.1 KÖR KAYNAK AYRIŞTIRMA

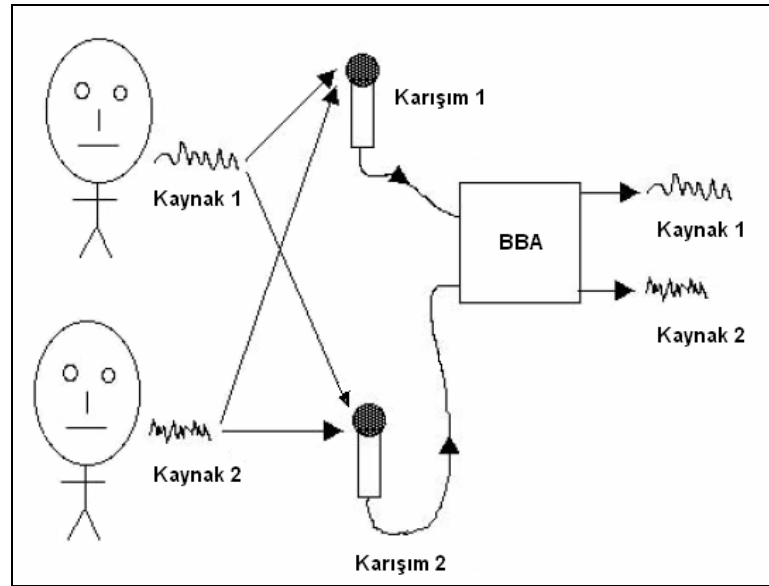
Daha önce değinildiği gibi, bir sinyalden bahsedebilmek için o sinyalin bir kaynak tarafından oluşturulması ve bir alıcı tarafından algılanması gerekmektedir. Gözlemlenen bir sinyalin kaynağına her zaman ulaşamayabilir, sinyaller bizden “gizli” olarak oluşmuş olabilir. Örneğin, kafatası üzerinden ölçülen EEG sinyalleri, belirli bilişsel faaliyetler sonucunda oluşan elektrik sinyallerinin beyin dokusundan geçerek “farklılaşması” sonucu elde edilirler. Bir başka örnek olarak; anne karnından alınan hem anne hem de fetusun oluşturduğu ultrasonografik sinyallerden bahsedilebilir. Yukarıda verilen örneklere benzer durumlarda ölçülen sinyaller, kaynak sinyallerin etkileşmesi, birleşmesi ya da gürültü eklenmesi gibi nedenlerle farklılaşması sonucu elde edilmektedir.

Elektrik mühendisliğinin temel araştırma problemlerinden biri, ölçülen sinyallerin kaynaklarına ayrıştırılmasıdır (source separation). Bu problem, günümüzde sinyaller üzerinden analiz gerektiren iletişim, ses ve görüntü işleme, uzaktan kumanda, medikal görüntüleme, finansal analiz, biyomedikal mühendisliği gibi birçok alanda biraz farklılaşarak karşımıza çıkmaktadır. Kör Kaynak Ayrıştırma (Blind Source Separation) olarak adlandırılan bu problem, kaynak ayrıştırmasından farklı olarak, ölçülen sinyalleri (sinyal karışımı) oluşturan sinyaller (kaynak sinyaller) hakkında önsel bir bilginin olmaması durumunda ortaya çıkmaktadır [37].

Kör Kaynak Ayrıştırma (KKA), birbirleriye karışmış olarak gözlemlenen sinyallerden yeniden özgün sinyallerin elde edilmesinde kullanılan tekniklerin genel adıdır. KKA, kokteyl-parti problemi (Şekil 4.1) olarak adlandırılan bir analogiyle açıklanır. Bu analogiye göre; bir partide odaya dağılmış n sayıda insan eşanlı olarak konuşmaktadır. Odaya yerleştirilen n tane mikrofon, mikrofonta farklı uzaklıklarda bulunan insanların konuşma sinyallerini kaydetmektedir. Böylelikle her mikrofon, farklı bir sinyal karışımını ölçmektedir. Amaç, KKA tekniklerini kullanarak ölçülen sinyal karışımından kaynak insan seslerine ulaşmaktır. Bu

problemin “kör” olarak adlandırılmasının nedeni, sadece sinyal karışımının ölçülebilmesidir. İnsanların konuşmaları olan kaynak sinyaller ve bu sinyallerin ne şekilde karıştığı (insanların farklı mikrofonlara olan uzaklıkları belirli olmayacağından) bilinmemektedir.

Kısaca KKA'nın amacı, gözlenen sinyal karışımından, gözlenemeyen kaynak sinyallere ulaşmaktır. Bu amaç için geliştirilen teknikler, istatistikte gizli değişken (latent variable) modelleri olarak adlandırılan tekniklere benzemektedir. Sinyaller üzerinde kullanılan KKA teknikleri; Tekil Değer Ayrışımı (Singular Value Decomposition), Temel Bileşenler Analizi, Negatif Olmayan Matris Faktörizasyonu (Non-negative Matrix Factorization), Bağımsız Bileşenler Analizi, (Independent Component Analysis), Keşifsel Faktör Analizi ve Bağımsız Faktör Analizi olarak sıralanabilir.



Şekil 4.1 Kokteyl-parti Problemi
Kaynak:[38]

4.2 BAĞIMSIZ BİLEŞENLER ANALİZİ

Gizli değişken kavramı, sosyal ve davranış bilimlerinde uzun bir süredir üzerinde çalışılan ve model geliştirilen bir kavramdır. Yüzyılın başlarında faktör analizinin geliştirilmesiyle literatüre giren bu teknikler; sürekli değişkenlerin, aralarında doğrusal bir ilişki olması durumunda, daha küçük bir grup sürekli değişken, yani faktörler tarafından açıklanabileceğini varsayar. Örneğin genel zeka, sözel yetenek, sosyoekonomik durum, mutluluk, yaşam kalitesi gibi sosyal bilimlerde

sıkça kullanılan değişkenler “bulanık (fuzzy)” kavramlardır ve ölçülemeyen kavramların göstergesi olarak kabul edilirler.

Doğrudan ölçülemeyen ya da tanımlanamayan kavramları ifade edebilmek için kullanılan gizli değişkenler; gözlemlenen değişkenlerden daha farklı bir yapıda (sürekli ya da kesikli) yapay ya da hipotetik olarak kullanılabilirler. Gizli değişkenler; Yapay Sinir Ağları’nda gizli düğümler, Bağımsız Bileşenler Analizi’nde (BBA) kaynak sinyaller, Markov Zinciri Monte Carlo simülasyonunda yardımcı değişkenler olarak adlandırılmakta ve eksik veri problemlerinde veri düzenleme tekniği olarak kullanılmaktadır [37].

Ölçülen her sinyal, aslında ona etki eden faktörlerin, yani kaynak sinyallerin bir bileşimidir. Örneğin SPK 100 indeksi, 100 adet zamanla değişim gösteren ölçümden oluşmakla birlikte ölçülen her birim, daha az sayıda nedensel faktörün etkisiyle gerçekleşmektedir. Ölçülen her birimin, bu faktörlerin farklı oranlarda birleşmesinin etkisiyle gerçekleştiği söylenebilir.

Çok değişkenli istatistiksel bir analiz olan BBA’nin amacı, ölçülen sinyallerden kaynak sinyallerin elde edilmesidir. Günümüzde çoğunlukla mühendislik alanında, sinyaller üzerinde kullanıldığı için dijital sinyal işlemenin bir aşaması durumuna gelen BBA, KKA’nın en fazla tercih edilen tekniğidir. BBA, mobil telefon sinyalleri, beyin görüntüleme teknikleri, borsa indeksleri gibi birçok farklı alanda ve büyük boyutlarda ölçülen sinyaller üzerinde uygulanmaktadır.

BBA; farklı sinyallerin farklı fiziksel kaynaklar tarafından oluşturulduğu varsayımına dayanır. Örneğin iki kişinin konuşması, iki farklı sinyal anlamına gelmektedir. Bu iki sinyalin kaynakları farklı olduğundan birbirinden bağımsızdır. Benzer şekilde hamile bir kadından elde edilen ultrasonografi sinyalleri hem kendisinin hem de fetüsün oluşturduğu sinyallerin bileşimidir. Kısaca BBA, fiziksel kaynakları farklı olduğu için, sinyallerin istatistiksel anlamda bağımsız olduğunu varsayar. BBA bu varsayımın tersten ele alınarak işletilmesi mantığına dayanır, yani kaydedilen sinyallerin istatistiksel bağımsız sinyallere ayrıştırılmasıyla farklı fiziksel kaynaklara ulaşılır [38].

4.2.1 Bağımsız Bileşenler Analizi’nin Tarihçesi

BBA, farklı disiplinlerden araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir. BBA ilk olarak

1982 yılında Herault, Jutten ve Ans tarafından kas kasılmasında hareket kodlama için kullanılmış ve araştırmanın sonuçları Fransızca olarak yayımlanmıştır. Makalede sinir sisteminin, kas kasılmasıyla geriye doğru bir öğrenme yaparak, kasa gelen uyarının açığı ve hızını belirlediği saptanmıştır [39]. BBA üzerine yapılan ilk araştırmalar, sinyal işleme ve Yapay Sinir Ağları üzerinde çalışan çok küçük bir grup tarafından gerçekleştirilmiş ve Fransızca yazılan makaleler nedeniyle konu yaygınlaşmamıştır.

80'li yılların sonlarına doğru BBA İngilizce kullanan araştırmacılar arasında yaygınlaşmaya başlamıştır ve iki farklı yaklaşım ortaya çıkmıştır. Bu yaklaşımların ilki; bağımsız bileşenleri geri-beslemeli bir ağla uyarlamalı bir şekilde teker teker ayırmak üzerine kuruludur. Linkser, Becker ve Hinton'un enformasyon teorisine dayanan çalışmalarıyla ikinci yaklaşım oluşmuştur [40].

Günümüze kadar BBA üzerinde farklı yaklaşımlar geliştirilmiş ve halen bunun üzerinde çalışmalar devam etmektedir. Çoğunlukla sinyal işleme ile ilgilenen araştırmacılar tarafından kullanıldığı için konu tam olarak yaygınlaşmamış, müdendislik uygulamalarıyla sınırlı kalmıştır. BBA üzerine kaynakların fazla olmaması, çok değişkenli bir istatistik tekniği olarak bilinmemesine neden olmuştur.

4.3 GENEL KAVRAMLAR

BBA tanıtılmadan önce, BBA'da yer alan temel kavramların açıklanması uygun görülmüştür [39, 41].

x sürekli rassal bir vektör olmak üzere;

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \quad (4.1)$$

x 'in kümülatif dağılım fonksiyonu,

$$F_x(x_0) = P(x \leq x_0) \quad (4.2)$$

olasılık yoğunluk fonksiyonu ise,

$$F_x(x_0) = \int_{-\infty}^{x_0} p_x(x) dx \quad (4.3)$$

ile gösterilmektedir.

x ve y rassal vektörlerinin bileşik kümülatif dağılım fonksiyonu,

$$F_{x,y}(x_0, y_0) = P(x \leq x_0, y \leq y_0) \quad (4.4)$$

buradan bileşik yoğunluk fonksiyonu ise,

$$f_{x,y}(x_0, y_0) = \int_{-\infty}^{x_0} \int_{-\infty}^{y_0} p_{x,y}(\xi, \eta) d\eta d\xi \quad (4.5)$$

şeklinde tanımlanır. Marjinal yoğunluk fonksiyonları ise sırasıyla;

$$p_x(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{x,y}(x, \eta) d\eta \quad (4.6)$$

ve

$$p_y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{x,y}(\xi, y) d\xi \quad (4.7)$$

ile ifade edilmektedir.

x'in birinci momenti olan ortalama vektörü,

$$m_x = E\{x\} = \int_{-\infty}^{\infty} x p_x(x) dx, \quad (4.8)$$

x'in i. ve j. bileşenleri arasındaki korelasyon,

$$r_{ij} = E\{x_i x_j\} = \int_{-\infty}^{\infty} x_i x_j p_x(x) dx \quad (4.9)$$

dir. x'in kovaryans matrisi,

$$\mathbf{C}_x = E\left\{(x - m_x)(x - m_x)^T\right\} \quad (4.10)$$

şeklinde gösterilmektedir. Korelasyon matrisi ise kovaryans matrisi cinsinden,

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{C}_x + m_x m_x^T \quad (4.11)$$

olarak yazılabilir. $m_x = 0$ durumunda kovaryans ve korelasyon matrisleri birbirlerine eşittir. Bu özellik BBA'da bir önışlem adımı olarak kullanılmaktadır.

x ve y arasındaki çapraz korelasyon matrisi,

$$\mathbf{R}_{xy} = E\left\{x y^T\right\} \quad (4.12)$$

çapraz kovaryans matrisi,

$$\mathbf{C}_{xy} = E\left\{(x - m_x)(y - m_y)^T\right\} \quad (4.13)$$

şeklinde ifade edilmektedir. x ve y'nin ortalama vektörlerinin sıfıra eşit olması durumunda çapraz korelasyon ve çapraz kovaryans matrisleri de birbirine eşittir.

4.3.1 Korelasyonsuzluk ve Beyazlık

x ve y rassal vektörlerinin çapraz kovaryans matrisi \mathbf{C}_{xy} sıfıra eşitse, yani;

$$\mathbf{C}_{xy} = E\left\{(x - m_x)(y - m_y)^T\right\} = 0 \quad (4.14)$$

ise x ve y rassal vektörleri arasında korelasyon yoktur. Bu duruma korelasyonsuzluk (uncorrelatedness) denilmektedir. Bu kavram BBA'nın en temel kavramlarından biridir. Korelasyonsuzluk halinde,

$$\mathbf{R}_{xy} = E\left\{x y^T\right\} = E\{x\} E\{y^T\} = m_x m_y^T \quad (4.15)$$

eşitliği geçerli olacaktır.

Beyazlık, korelasyonsuzluğun özel bir durumudur. x kendisiyle korelasyonlu

olduğundan (4.10)'da açıklanan eşitlik \mathbf{C}_x , diagonal değerleri x 'in bileşenlerinin varyanslarından oluşan \mathbf{D} matrisine eşit olacaktır. Bu durum (4.16) ve (4.17) nolu eşitliklerle açıklanmıştır.

$$\mathbf{C}_x = E \left\{ (x - m_x)(x - m_x)^T \right\} = \mathbf{D} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{D} = \text{diag}(\sigma_{x_1}^2, \sigma_{x_2}^2, \dots, \sigma_{x_n}^2) \quad (4.17)$$

Sıfır ortalama ve birim kovaryans matrisine sahip (sabit bir varyans terimiyle çarpılmış olabilir) rassal vektörler için beyaz (white) tanımı kullanılır. Dolayısıyla beyaz rassal vektörler için;

$$m_x = 0 \quad (4.18)$$

ve

$$\mathbf{R}_x = \mathbf{C}_x = \mathbf{I} \quad (4.19)$$

geçerlidir. Matrislerin beyaz hale getirilmesine beyazlatma (whitening) denir. Beyazlatma, BBA'nın önemli bir basamağıdır.

Örneğin x rassal vektörüne, \mathbf{T} ortogonal matrisi yardımıyla (4.20)'deki gibi bir dönüşüm uygulansın:

$$y = \mathbf{T}x \quad (4.20)$$

x 'in beyaz olması durumunda;

$$m_y = E \{ \mathbf{T}x \} = \mathbf{T} E \{ x \} = \mathbf{T} m_x = 0 \quad (4.21)$$

ve

$$\mathbf{C}_y = \mathbf{R}_y = E \left\{ \mathbf{T}x (\mathbf{T}x)^T \right\} = \mathbf{T} E \left\{ x x^T \right\} \mathbf{T}^T = \mathbf{T} \mathbf{R}_x \mathbf{T}^T = \mathbf{T} \mathbf{T}^T = \mathbf{I} \quad (4.22)$$

olarak elde edilecektir. Görüleceği gibi, x beyazken dönüşüm matrisi y de beyaz olacaktır. Ortogonal dönüşümlerde beyazlılık özelliği değişmemektedir [41].

BBA, çok değişkenli istatistikte sıkça kullanılan Temel Bileşenler Analizi ve Faktör

Analizi'yle benzerlik göstermekle birlikte, bu teknikler karışım matrisini ayrıştırmada kaynakların korelasyonsuzluğunu göz önünde bulundururken, BBA daha güçlü bir kavram olan istatistiksel bağımsızlığı kullanmaktadır [38].

4.3.2 İstatistiksel Bağımsızlık

BBA'nın en temel kavramı, istatistiksel bağımsızlıktır. İstatistiksel bağımsızlık, en kısa tanımla x ve y rassal değişkenlerinden birinin değerlerinin, diğerinin değerleri hakkında bilgi vermemesi olarak açıklanabilir. Bir odada konuşan insanlardan her birinin çıkardığı ses kadar ya da hilesiz bir zar kaç kez atılıyorsa o sayıda bağımsız süreç söz konusudur. Bu bağımsız süreçlerin sonuçları (insan sesleri, zarla gelen sayı gibi) da bağımsızdır.

İstatistik bakış açısıyla bağımsızlık, olasılık yoğunluk fonksiyonuyla tanımlanır. x ve y rassal değişkenlerinin bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu, değişkenlerin marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonlarının çarpımı şeklinde yazılabilirse,

$$p_{x,y}(x,y) = p_x(x)p_y(y) \quad (4.23)$$

x ve y bağımsızdır denir.

İstatistiksel bağımsızlık, korelasyonsuzluktan daha güçlü bir kavramdır. İki değişken arasında korelasyon olmaması, bu değişkenlerin bağımsız olmalarını garanti etmez. Ancak bunun tersi doğrudur. Yani değişkenler bağımsızsa aralarında korelasyon yoktur. Rassal değişkenlerin normal dağılıma sahip olmaları durumunda, bağımsızlık ve korelasyonsuzluk kavramlarının aynı anlama geldiği unutulmaması gereken önemli bir husustur [38].

4.3.3 Dönüşümlerin Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu

n boyutlu x ve y rassal vektörler arasında vektör dönüşümü ile tanımlanan bir bağıntı aşağıdaki gibi olsun.

$$y = g(x) \quad (4.24)$$

Bu dönüşümün (4.25)'de açıklanan tersi;

$$x = g^{-1}(y) \quad (4.25)$$

hem tek hem de elde edilebilir olsun. y 'nin olasılık yoğunluk fonksiyonu $p_y(y)$; x 'in olasılık yoğunluk fonksiyonu $p_x(x)$ cinsinden;

$$p_y(y) = \frac{1}{|\det J(g^{-1}(y))|} p_x(g^{-1}(y)) \quad (4.26)$$

ile ifade edilebilir. Burada J_g ;

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2(x)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_n(x)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial g_1(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial g_2(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g_n(x)}{\partial x_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial g_1(x)}{\partial x_n} & \frac{\partial g_2(x)}{\partial x_n} & \dots & \frac{\partial g_n(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Jakobyen matrisidir.

Dönüşümün doğrusal olması ve tekil olmaması (nonsingular) özel bir durumdur. Böyle bir durumda (4.24) ifadesi $y = \mathbf{A}x$ ve $x = \mathbf{A}^{-1}y$ ile tanımlanırsa, (4.26) eşitliği sadeleşerek,

$$p_y(y) = \frac{1}{|\det \mathbf{A}|} p_x(\mathbf{A}^{-1}(y)) \quad (4.28)$$

şeklini alır.

4.3.4 Matris Optimizasyonu

BBA'da bağımsız bileşenlerin tahminleri, ayrıştırma matrisi \mathbf{W} 'nin tahmin edilmesiyle elde edilmektedir. Bağımsız bileşenler iki bilinmeyenli bir eşitlikten tahmin edildiği için, \mathbf{W} matrisinin bileşenleri örnek ya da eğitim setinin bir fonksiyonu olarak yazılamaz, yani doğrudan tahmin edilemez. Bu nedenle tahmin işlemi, ceza (cost) fonksiyonları yardımıyla gerçekleştirilir. Bileşenlerin elde edilmesini sağlayan \mathbf{W} matrisinin elemanları; ceza fonksiyonlarının maksimum ya

da minimum noktalarının bulunmalarıyla tahmin edilir.

Bu problemin çözümü için BBA, optimizasyon teorisine başvurur. Bu konuda yapay sinir ağları da dahil olmak üzere çeşitli yaklaşımlar önerilmekle birlikte en temel yaklaşım matris gradyant algoritmasıdır. Gradyant azalış (gradient descent) algoritmasının programlama mantığına uygun olarak öğrenme katsayısı cinsinden açıklanması şu şekildedir:

BBA'da bağımsız bileşenlerin elde edilmesi; bir $\Upsilon(W)$ ceza fonksiyonunun W matrisine ya da onun herhangi bir sütün vektörü olan w 'ya göre minimizasyonu şeklinde ortaya çıkmış olsun. Bir $w(0)$ başlangıç noktası için $\Upsilon(W)$ fonksiyonunun gradyantı hesaplanarak negatif gradyant ya da en dik azalış (steepest descent) in yönünde uygun bir uzaklık kadar hareket edilir ve ulaşılan her yeni noktada bu işlem tekrarlanır. Böylelikle $\Upsilon(W)$ fonksiyonu uyarlamalı bir şekilde her adımda güncellenerek minimize edilmiş olur. $t = 1, 2, \dots$, olmak üzere $w(t-1)$ 'inci nokta için güncelleme kuralı aşağıdaki gibidir.

$$w(t) = w(t-1) - \alpha(t) \frac{\partial \Upsilon(w)}{\partial w} \Big|_{w=w(t-1)} \quad (4.29)$$

Burada adım boyutu (step size) ya da öğrenme katsayısı olarak adlandırılan $\alpha(t)$; negatif eğim doğrultusundaki adımın uzunluğunu ifade etmektedir. Algoritmanın yakınsaması; $\|w(t) - w(t-1)\|$ olan iki ardışık adım arasındaki Öklid uzaklığının, belirlenen bir tolerans seviyesine ulaşması durumunda sağlanır.

Elde edilen yeni w ile bir önceki w arasındaki fark,

$$w(t) - w(t-1) = \Delta w \quad (4.30)$$

olmak üzere, (4.29) ile açıklanan güncelleme kuralı kodlama açısından

$$\Delta w = -\alpha \frac{\partial \Upsilon(w)}{\partial w} \quad (4.31)$$

ya da,

$$\Delta \mathbf{w} \propto - \frac{\partial Y(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} \quad (4.32)$$

olarak ifade edilir. (4.32) ifadesindeki \propto sembolü; “orantılı” olarak okunur ve ifadenin sol tarafındaki vektörün sağ taraftaki eğim vektörüyle aynı doğrultuda olduğunu gösterir. Burada pozitif bir α uzaklık katsayısıyla çarpım yapılması gerektiği unutulmamalıdır. Güncelleme kuralı kodlama açısından,

$$\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} - \alpha \frac{\partial Y(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} \quad (4.33)$$

olarak da yazılabilir. \leftarrow sembolü ikame edebilme anlamına gelmektedir [39].

4.3.5 Yüksek Dereceden İstatistikler

Yüksek dereceden istatistikler; iki ve daha yüksek dereceden istatistikleri kapsamaktadır. Sinyaller söz konusu olduğunda bu istatistiklere sıkça başvurulur. Örneğin bir sinyalin zaman tanım kümesinde (domain) ikinci dereceden istatistiği otokorelasyon fonksiyonuyken, frekans tanım kümesinde ikinci dereceden istatistiği güç spektrumu, üçüncü dereceden istatistiği ise bispektrumdur.

BBA’da momentler ve kümülanlar yüksek dereceden istatistikler olarak kullanılmaktadır.

x rassal değişkeninin j. momenti,

$$\alpha_j = E\{x^j\} = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^j p_x(\xi) d\xi, \quad (4.34)$$

j. merkezi momenti ise,

$$\mu_j = E\{(x - \alpha_1)^j\} = \int_{-\infty}^{\infty} (\xi - m_x)^j p_x(\xi) d\xi \quad (4.35)$$

ile hesaplanmaktadır. İlk moment ortalama, ikinci moment ise x’in ortalama gücüdür. Bununla birlikte ilk merkezi moment anlamsız, ikinci merkezi moment ise varyanstır. (4.36) nolu eşitlikle açıklanan üçüncü merkezi moment olan

çarpıklık, olasılık yoğunluk fonksiyonunun simetrikliği hakkında bilgi verir.

$$\mu_3 = E\{(x - m_x)^3\} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^3 p_x(x) dx \quad (4.36)$$

Dördüncü moment;

$$\alpha_4 = E\{x^4\} = \int_{-\infty}^{\infty} x^4 p_x(x) dx, \quad (4.37)$$

dördüncü merkezi moment ise,

$$\mu_4 = E\{(x - m_x)^4\} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^4 p_x(x) dx \quad (4.38)$$

ile ifade edilir. Dördüncü merkezi moment yerine, basıklık (kurtosis) kavramı kullanılmaktadır. Bunun nedeni, basıklığın bazı özelliklerinin merkezi momentte olmamasıdır. $m_x = 0$ durumunda basıklık;

$$\text{kurt}(x) = E\{x^4\} - 3[E(x^2)]^2 \quad (4.39)$$

şeklini alır.

Uygulamalarda genellikle standartlaştırılmış basıklık kullanılır. Standartlaştırılmış basıklık aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\tilde{\text{k}}(x) = \frac{E\{x^4\}}{[E\{x^2\}]^2} - 3 \quad (4.40)$$

Beyazlatılmış veri seti için $E\{x^2\} = 1$ olacağından;

$$\text{kurt}(x) = \tilde{\text{k}}(x) = E\{x^4\} - 3 \quad (4.41)$$

geçerli olacaktır. Yani beyaz bir veri seti için dördüncü momenti hesaplamak yeterlidir.

Ayrıca x ve y 'nin istatistiksel olarak bağımsız iki rassal değişken olması durumunda, basıklık için toplanabilirlik özelliği geçerlidir:

$$\text{kurt}(x + y) = \text{kurt}(x) + \text{kurt}(y) \quad (4.42)$$

Toplanabilirlik özelliği dördüncü moment için geçerli değildir. Bundan dolayı basıklık kavramı BBA açısından yetersiz kalabilmektedir [39].

Basıklığın diğer bir özelliği, x rassal değişkeninin normal dağılıma uygunluğunu gösteren en basit istatistik olmasıdır. Normal dağılım durumunda (mesokurtic), basıklık değeri sıfır olacaktır. Negatif basıklık değeri az-basık (platykurtic, sub-Gaussian), pozitif basıklık değeri ise çok-basık (leptokurtic, super-Gaussian) dağılımı işaret eder.

4.3.6 Entropi ve Diferansiyel Entropi

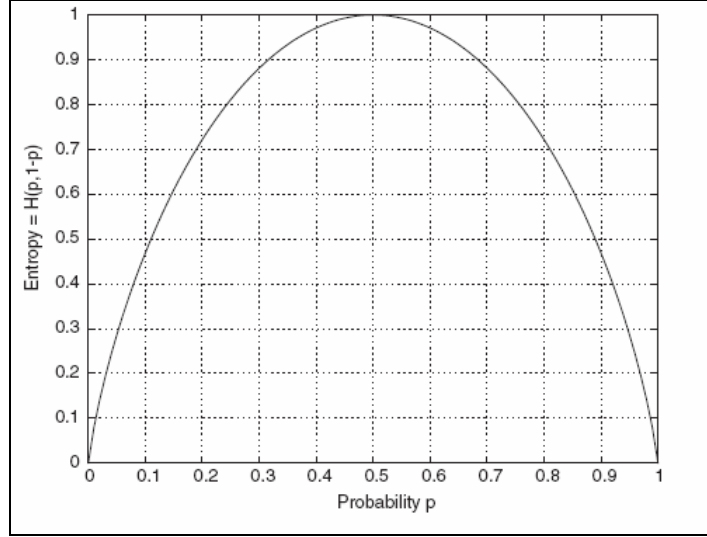
BBA, farklı disiplinler tarafından geliştirildiği için, farklı yaklaşımlı BBA algoritmaları oluşmuştur. Enformasyon teorisi (information theory) tarafından yapılan katkılara geçmeden önce, bu teoriyle ilgili bazı temel kavramların açıklanması gerekmektedir.

Entropi, enformasyon teorisinin temel kavramlarından biridir. Bir rassal değişkenin entropisi, o değişkenin gözlenmesinden elde edilen bilginin derecesi olarak tanımlanabilir. Değişken ne kadar tahmin edilemez ve yapısız olursa, entropisi de o kadar büyük olmaktadır.

a_i , x 'in alabileceği değerler olmak üzere, bir kesikli rassal değişken için entropi;

$$H(X) = -\sum_i P(X = a_i) \log P(X = a_i) \quad (4.43)$$

olarak tanımlanır. Farklı logaritma tabanlarına göre farklı değerler alan entropi için genellikle 2 tabanı kullanılmaktadır. Örnek olması bakımından hileli bir paranın entropisi Şekil 4.2'de gösterilmiştir. Para her atıldığında hep aynı yüz geliyorsa, rassallıktan bahsedilemez. Bu durumda entropi 0 olacaktır. Para atışının, hilesiz bir para gibi eşit olasılıklı sonuçlar vermesi durumunda, rassallık da maksimum olacağı için entropi en yüksek değer olan 1 olacaktır.



Şekil 4.2 Entropi
Kaynak:[38]

Rassal değişken sürekli ise entropi;

$$H(x) = -\int p_x(\xi) \log p_x(\xi) d\xi = \int f(p_x(\xi)) d\xi \quad (4.44)$$

ile hesaplanır ve diferansiyel entropi olarak geçer. Entropi her zaman pozitif bir değer alırken, diferansiyel entropi negatif değer alabilmektedir.

BBA için, dönüşümlerin entropisinden de bahsetmek gerekmektedir. x rassal vektörünün dönüşümü $y = f(x)$ olarak gösterilsin. $Jf(\xi)$; f fonksiyonunun Jakobyen matrisi olmak üzere, (4.26) ile gösterilen ifade tekrar ele alınsın. Söz konusu eşitlik bu duruma uygun biçimde aşağıdaki gibi yazılır.

$$p_y(\eta) = p_x(f^{-1}(\eta)) \left| \det Jf(f^{-1}(\eta)) \right|^{-1} \quad (4.45)$$

Entropi beklenen değer cinsinden,

$$H(y) = -E \{ \log p_y(y) \} \quad (4.46)$$

ile ifade edilmektedir. Dönüşüm; entropi kullanarak açıklandığında;

$$E \{ \log p_y(y) \} = E \left\{ \log \left[p_x(f^{-1}(y)) \left| \det Jf(f^{-1}(y)) \right|^{-1} \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
&= E \left\{ \log \left[p_x(x) |\det Jf(x)|^{-1} \right] \right\} \\
&= E \{ \log p_x(x) \} - E \{ \log |\det Jf(x)| \}
\end{aligned} \tag{4.47}$$

elde edilir.

(4.46) nolu eşitliğin (4.47) cinsinden ifadesi,

$$H(y) = H(x) + E \{ \log |\det Jf(x)| \} \tag{4.48}$$

olacaktır. Doğrusal bir dönüşüm ($y = \mathbf{M}x$) söz konusu olduğunda (4.48) eşitliği aşağıdaki gibi yazılır [39]:

$$H(y) = H(x) + \log |\det \mathbf{M}| \tag{4.49}$$

4.3.7 Karşılıklı Enformasyon

Enformasyon teorisinin bir diğer temel kavramı karşılıklı enformasyon (mutual information)dur. Karşılıklı enformasyon, bir rassal değişken kümesindeki değişkenlerin diğer değişkenler hakkında bilgisini ifade etmektedir. I ile gösterilen karşılıklı enformasyon, entropi kullanılarak hesaplanmaktadır. n rassal değişkenli bir kümede; ($x_i, i = 1, \dots, n$) karşılıklı enformasyon;

$$I(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n H(x_i) - H(x) \tag{4.50}$$

ile hesaplanır.

Karşılıklı enformasyon, entropi dışında Kullback-Liebler uzaklığıyla da tanımlanmaktadır. Bu uzaklık, iki boyutlu olasılık yoğunluk fonksiyonuyla ifade edilmektedir:

$$\delta(p^1, p^2) = \int p^1(\xi) \log \frac{p^1(\xi)}{p^2(\xi)} d\xi \tag{4.51}$$

Bu uzaklık gerçek bir uzaklık olarak değil, iki fonksiyon arasındaki uzaklık olarak düşünülebilir. Her zaman pozitif değer alan bu uzaklık, sadece iki dağılımın da eşit olduğu durumda sıfır olur.

Kullback-Liebler uzaklığı; her zaman pozitif değer alan karşılıklı enformasyonun sadece kümedeki değişkenlerin bağımsız olduğu durumda sıfır değerini aldığı çıkarımının yapılmasını sağlamaktadır [41].

4.3.8 Negentropi

Entropi, normal dağılmamanın bir ölçüsü olarak kullanılabilir. Sıfır ortalama ve birim varyansa sahip olacak şekilde sabitlenmiş bir rassal değişkenler kümesinde, normal dağılan değişkenin entropisi maksimum olacaktır [41].

Her zaman pozitif değer alan, sadece normal dağılan değişkenler için sıfır olan negentropi J ile gösterilir ve

$$J(\mathbf{x}) = H(\mathbf{x}_{\text{normal}}) - H(\mathbf{x}) \quad (4.52)$$

eşitliğiyle hesaplanır. Negentropi, entropinin standartlaştırılmış halidir. Bu eşitlikteki $\mathbf{x}_{\text{normal}}$; Σ kovaryans matrisli, normal dağılan rassal vektördür. Bu vektörün entropisi;

$$H(\mathbf{x}_{\text{normal}}) = \frac{1}{2} \log |\det \Sigma| + \frac{n}{2} (1 + \log 2\pi) \quad (4.53)$$

ile belirlenir.

4.3.9 Temel Bileşenler Analizi ve Beyazlatma

Daha önce de değinildiği gibi, BBA uygulamasına geçmeden önce karışım sinyallerinden oluşan matris beyazlatılmalıdır. Beyazlatma sonucunda karışım matrisi birinci ve ikinci dereceden istatistiklerin etkisinden arındırılmış olunur [42]. BBA, Temel Bileşenler Analizi'yle (TBA) benzerlik gösterir, farkları matris ayrıştırırken TBA'nin korelasyonsuzluk, BBA'nin bağımsızlık kavramlarını gözetmeleridir.

4.3.9.1 Temel Bileşenler Analizi

İstatistikte boyut indirgeme amaçlı kullanılan TBA, sinyal işleme söz konusu olduğunda ses ve görüntü sinyallerinin sıkıştırılması amacıyla kullanılmaktadır.

x 'in n elemanlı rassal bir vektör veya bu vektörün yerine geçebilecek örnek bir vektör olduğunu düşünelim. Birinci ve ikinci dereceden istatistiklerin bilinmesi ya da örnekten tahmin edilmesi durumunda, TBA x vektörünün olasılık yoğunluk dağılımıyla ilgili herhangi bir varsayımda bulunmaz. Ancak temel bileşenlerin elde edilebilmesi için vektör elemanlarının karşılıklı korelasyonlu olması gerekir, aksi durumda TBA'yla bir çıkarım yapılamaz.

TBA'nın uygulanabilmesi için öncelikle x vektörü örnekten tahmin edilen ortalamalar yardımıyla merkezileştirilir. Daha sonra doğrusal bir y dönüşümüyle korelasyondan arındırılır. Bu işlem ortogonal bir koordinat sisteminin bulunmasıyla gerçekleştirilir. Dönüşüm sırasında, x 'in yeni koordinat eksenlerine olan projeksiyonlarının varyansları maksimize edilir. Böylelikle ilk koordinat en büyük varyansa, ikinci koordinat ikinci en büyük varyansa, diğer koordinatlar benzer şekilde devam ederek, sonuncu koordinat en küçük varyansa sahip olacaktır.

Temel bileşenler, sinyal işleme sürecinde yapay sinir ağları da dahil olmak üzere birçok farklı algoritmayla elde edilmektedir. Burada en temel yaklaşım olan varyans maksimizasyonu ele alınacaktır.

x rassal vektörünün doğrusal bir kombinasyonu

$$y_1 = \sum_{k=1}^n \omega_{k1} x_k = w_1^T x \quad (4.54)$$

şeklinde ifade edilsin. Burada $\omega_{11}, \dots, \omega_{n1}$; w_1 vektörünün ağırlık katsayıları, y_1 de birinci temel bileşeni göstermektedir. y_1 'in varyansı w_1 ağırlık vektörünün norm ve yönüne bağlıdır. Ağırlık vektörünün normu büyüdükçe y_1 'in varyansı da büyüyecektir. Bundan dolayı w_1 'in normu 1 olacak şekilde bir kısıt getirilerek bu kısıt dahilinde maksimum varyansın elde edilmesi amaçlanır.

$$\|w_1\| = 1 \quad (4.55)$$

olacak şekilde birinci temel bileşenin varyansı,

$$J_1(w_1) = E\{y_1^2\} = E\{(w_1^T x)^2\} = w_1^T E\{x x^T\} w_1 = w_1^T C_x w_1 \quad (4.56)$$

ifadesiyle gösterilir. Burada $C_x = E\{x x^T\}$ kovaryans matrisidir ve w_1 'in normu Öklid normuyla tanımlanır:

$$\|w_1\| = (w_1^T w_1)^{1/2} = \left[\sum_{k=1}^n w_{k1}^2 \right]^{1/2} \quad (4.57)$$

C_x matrisinin özvektörleri e_1, \dots, e_n ve özdeğerleri d_1, \dots, d_n ($d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_n$) hesaplanmasıyla (4.56) ifadesini maksimize eden sonuç ($w_1 = e_1$) elde edilecektir. Birinci temel bileşen,

$$y_1 = e_1^T x \quad (4.58)$$

olarak ifade edilir. Buna göre m. temel bileşen ($1 \leq m \leq n$) için,

$$y_m = w_m^T x \quad (4.59)$$

geçerli olacak ve (4.60)'da açıklandığı gibi kendisinden önce hesaplanan bütün temel bileşenlerle korelasyonsuz olması kısıtı gözetilerek hesaplanacaktır.

$$E\{y_m y_k\} = 0, \quad k < m \quad (4.60)$$

4.3.9.2 Beyazlatma

Sıfır ortalamalı rassal $z = (z_1 \dots z_n)^T$ vektörünün bütün elemanları korelasyonsuz ve birim varyansa sahipse, z vektörü beyazdır.

$$E\{z_i z_j\} = \delta_{ij} \quad (4.61)$$

“Beyaz” kelimesinin çıkış noktası bütün renkleri barındıran beyaz ışığın güç spektrumudur. Beyazın güç spektrumu bütün frekanslar için sabittir. Korelasyonsuz ve sıfır ortalamalı beyaz gürültü de ismini buradan almaktadır. Beyazlık, kovaryans matrisi açısından

$$E\{zz^T\} = I \quad (4.62)$$

şeklinde ifade edilir.

Beyazlatma işlemi; x rassal vektörünün doğrusal bir V dönüşümüyle z beyaz vektörüne dönüştürülmesidir. Bu işlem aşağıdaki ifade ile özetlenmektedir:

$$z = Vx \quad (4.63)$$

$C_x = E\{xx^T\}$ kovaryans matrisinin özvektörleri $E = (e_1 \dots e_n)$ olarak gösterilsin. $D = \text{diag}(d_1 \dots d_n)$; özdeğerlerden oluşan matrisin diagonal değerleri olmak üzere, doğrusal beyazlatma dönüşümü;

$$V = D^{-1/2} E^T \quad (4.64)$$

ile ifade edilir. V matrisinin hesaplanabilmesi için özdeğerlerinin pozitif değer alması gerekmektedir. C_x korelasyon matrisi pozitif yarı-belirli (positive semidefinite) olduğundan bu koşul her zaman sağlanır.

V dönüşüm matrisinin beyazlatma işlemini gerçekleştirdiği varsayılınsın. Ayrıca C_x kovaryans matrisi E ve D cinsinden;

$$C_x = E D E^T \quad (4.65)$$

olarak yazılınsın. E matrisi ortogonal olduğundan, $E^T E = E E^T = I$ geçerli olacaktır. (4.62) eşitliği tekrar ele alındığında,

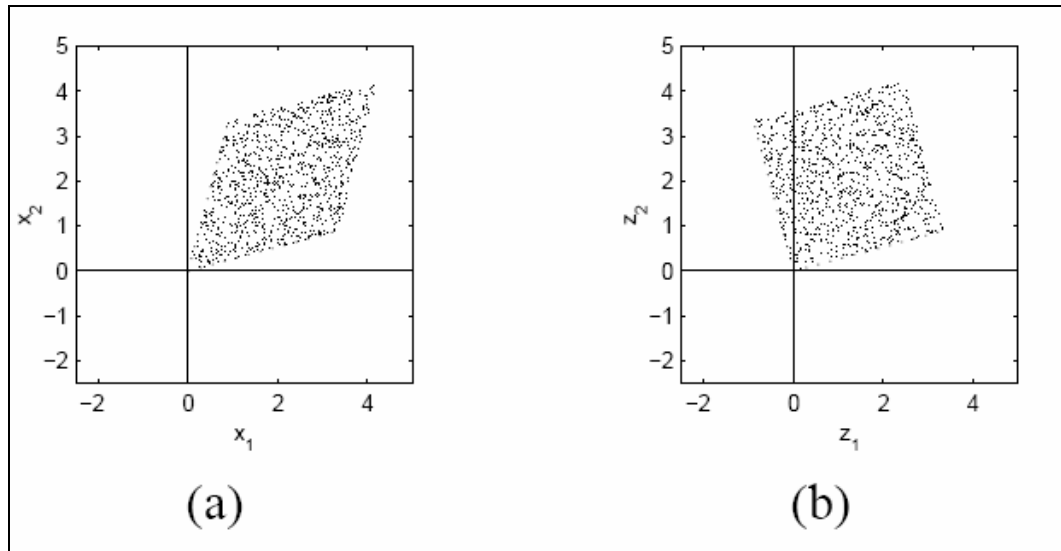
$$E\{zz^T\} = V E\{xx^T\} V^T = D^{-1/2} E^T E D E^T E D^{-1/2} = I \quad (4.66)$$

olduğu görülecektir. z vektörü beyaz olduğundan kovaryans matrisi de birim matris olacaktır.

Beyazlaştırma yukarıda açıklanan farklı dönüşümlerle de sağlanabilmektedir. Sözgelimi \mathbf{U} ortogonal olmak üzere, herhangi bir \mathbf{UV} matrisi de beyazlaştırmayı sağlayacaktır. $\mathbf{z} = \mathbf{UV}\mathbf{x}$ olarak ele alınırsa,

$$\mathbf{E}\{\mathbf{z}\mathbf{z}^T\} = \mathbf{U}\mathbf{V}\mathbf{E}\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\}\mathbf{V}^T\mathbf{U}^T = \mathbf{U}\mathbf{U}^T = \mathbf{I} \quad (4.67)$$

geçerli olacaktır. (4.62) nolu eşitlikte belirtilen özellik göz önünde bulundurulduğunda, $\mathbf{E}\mathbf{D}^{-1/2}\mathbf{E}^T$ özel matrisi (4.64) ifadesinin \mathbf{E} ortogonal matrisiyle çarpımı olduğundan beyazlaştırmayı sağlayan bir dönüşüm olarak ele alınabilir. Bu matris korelasyon matrisinin negatif kareköküne eşittir ve $\mathbf{C}_x^{-1/2}$ olarak ifade edilir. Şekil 4.3(a)'da bir karışım matrisi ve Şekil 4.3(b)'de bu matrisin beyazlatılmış hali gösterilmektedir.



Şekil 4.3 (a) Karışım Matrisi (b) Beyazlatılmış Karışım Matrisi
Kaynak:[43]

4.4 TEMEL BAĞIMSIZ BİLEŞENLER ANALİZİ

Temel BBA'yı açıklamak için kokteyl-parti problemini tekrar ele alalım. Bir odada eşanlı olarak konuşan üç kişi ve farklı yerlerde bulunan üç adet ses kaydeden mikروفon olsun. Bu üç mikروفon tarafından kaydedilen sinyaller sırasıyla $x_1(t)$, $x_2(t)$ ve $x_3(t)$ ile gösterilsin. Kaydedilen sinyaller, konuşma sinyallerinin ($s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$) ağırlıklı toplamlarından oluşacaktır.

$$\begin{aligned}
x_1(t) &= a_{11} s_1(t) + a_{12} s_2(t) + a_{13} s_3(t) \\
x_2(t) &= a_{21} s_1(t) + a_{22} s_2(t) + a_{23} s_3(t) \\
x_3(t) &= a_{31} s_1(t) + a_{32} s_2(t) + a_{33} s_3(t)
\end{aligned}
\tag{4.68}$$

Buradaki a_{ij} parametreleri, mikrofonların kaynak seslere olan uzaklığına bağlıdır ve karışım parametreleri (mixing parameters) olarak adlandırılır. Temel BBA, doğrusal olarak karışmış ölçülen sinyallerden bilinmeyen karışım parametreleriyle, bilinmeyen kaynak sinyallerine ulaşmaya çalışır. Bu durum mühendislikte ters problem (inverse problem) olarak kabul edilir ve iki bilinmeyenli bir sistemin çözülmesi anlamına gelmektedir. Bu da gözlemlenen karışım sinyallerinden oluşan matrisin bazı varsayımlar altında ayrıştırılmasıyla mümkündür.

Sinyaller karışırken bazı özellikleri değişmektedir. BBA'nın mantığı, sinyallerin karışırken değişen özellikleri, karışım matrisini ayrıştırırken göz önünde bulundurmaya dayanır [38]. Değişikliğe uğrayan bu özellikler aşağıda açıklanmıştır.

Bağımsızlık: Kaynak konuşma sinyalleri hem fiziksel hem de istatistiksel olarak bağımsızdır. Fakat her kaynak farklı oranda sinyal barındırdığından oluşan sinyal karışımı bağımsız değildir.

Normallik: Kaynak sinyallerin histogramları normalden uzak bile olsa, karışım sinyallerinin histogramları normale yakın bir yapı gösterir.

Karmaşıklık: Sinyal karışımının karmaşıklığı, onu oluşturan kaynak sinyallerin en basitine eşit ya da ondan daha fazla olacaktır.

Bu özellikler, karışım matrisi ayrıştırılırken şu şekilde ele alınır:

Bağımsızlık: Eğer kaynak sinyalleri bağımsız ve sinyal karışımı bağımsız değilse, sinyal karışımından bağımsız sinyaller ayrıştırılarak kaynak sinyallere ulaşılabilir.

Normallik: Kaynak sinyaller normal dağılmıyor ve sinyal karışımı normale yakın dağılıyorsa, sinyal karışımından normal olmayan sinyaller ayrıştırılarak kaynak

sinyallere ulaşılabilir.

Karmaşıklık: Kaynak sinyallerin karmaşıklığı düşük ve sinyal karışımı daha karmaşıksa, sinyal karışımından basit yapıda sinyaller ayrıştırılarak kaynak sinyallere ulaşılabilir.

s : Kaynak sinyalleri, \mathbf{A} : Karışım matrisi, x : Gözlemlenen sinyal karışımı olmak üzere; temel BBA;

$$x = \mathbf{A} s \quad (4.69)$$

şeklinde ifade edilir. Bu ifade tek bir sinyal için,

$$x = \sum_{i=1}^n a_i s_i \quad (4.70)$$

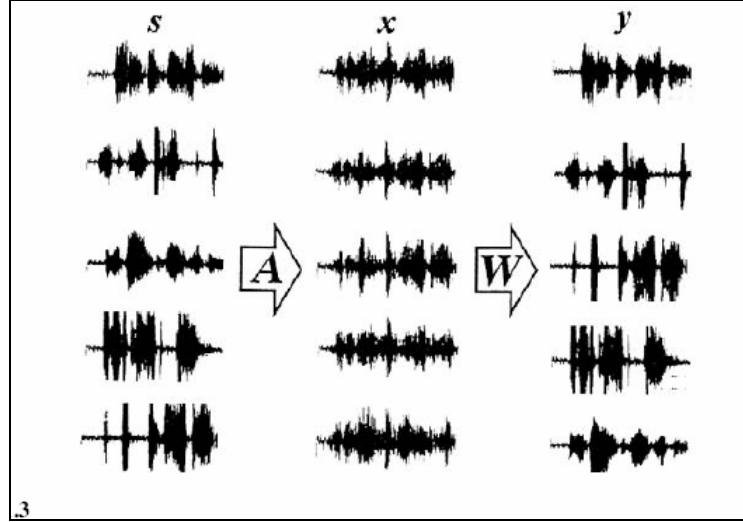
şeklini alır.

Temel BBA ölçümlere hata payını katmaz, bundan dolayı bazı araştırmacılar tarafından gürültüsüz (noisless) BBA olarak da adlandırılmaktadır. Hata payı kullanılmayan BBA modelinin, çoğu uygulamada yeterli olduğu görülmüştür [41]. Bazı araştırmacılar ise BBA'nın gürültünün analog ya da dijital filtrelerle temizlenmesinden sonra uygulanmasını savunmaktadır.

Şekil 4.4'de sinyallerin karışımı ve ayrışımı sembolize edilmektedir. W ayrıştırma katsayılarından oluşan ayrıştırma matrisi, y de elde edilen bağımsız bileşenler olmak üzere; x karışım matrisinin ayrıştırılması;

$$y = \mathbf{W} x \quad (4.71)$$

ile ifade edilir.



Şekil 4.4 Sinyallerin Karışımı ve Ayrışımı
Kaynak:[38]

Temel BBA, eşit sayıda bağımsız bileşen ve karışım sinyalini modeller. BBA, farklı sayıda kaynak ve karışım sinyalinin olduğu, gürültünün dahil edildiği, sinyal karışımının doğrusal olmadığı durumlar için de uyarlanmıştır [39].

4.4.1 Bağımsız Bileşenler Analizi'nin Varsayımları

Sadece gözlemlenmiş sinyal karışımı bilindiğinden BBA, sinyalleri ayrıştırırken mümkün olduğunca genel ve basit varsayımlar kullanmayı hedefler. Temel BBA modeli için varsayımlar şöyledir:

1. Bağımsız bileşenler istatistiksel olarak bağımsızdır: Bu varsayım, BBA'nin en temel ve güçlü varsayımdır. KKA teknikleri içinde BBA'nın en fazla tercih edilen yaklaşım olmasının nedeni fiziksel bir realite olan bu varsayımdır.
2. Bağımsız bileşenler normal olmayan dağılıma sahiptir. Oysa bu varsayımın kesin olarak gerçekleşmesi gerekmektedir. Normal dağılıma sahip olmayan bileşenler için BBA uygulanamaz. Bu durum 4.4.3'de ele alınacaktır.
3. İşlem kolaylığı bakımından bilinmeyen karışım matrisinin kare matris olduğu varsayılır.

Bu varsayımlara ek olarak karışım matrisinin tersinin alınabileceği kabul edilir. Bu üç varsayımdan en azından ilk ikisi kabul edildiğinde, BBA uygulanabilir.

Varsayımlarının az ve basit olması KKA uygulamalarında BBA'nın sıklıkla tercih edilmesine neden olmuştur.

4.4.2 Bağımsız Bileşenler Analizi'nin Eksikleri

1. Bağımsız bileşenlerin varyansları (enerjileri) hesaplanamaz: Bunun nedeni, modelin iki bilinmeyenli olmasıdır. \mathbf{A} matrisinin bilinmiyor olmasından dolayı, bir kaynak sinyali herhangi bir katsayıyla çarpıldığında, bu katsayı \mathbf{A} matrisinin a_i sütunuyla etkisiz hale gelecektir. Bu durum (4.72) nolu eşitlikle özetlenebilir.

$$\mathbf{x} = \sum_i \left(\frac{1}{\alpha_i} \mathbf{a}_i \right) (s_i \alpha_i) \quad (4.72)$$

Bu özellikten dolayı bağımsız bileşenlerin işaretleri belirsizlik arzeder. Bağımsız bileşenin -1 ile çarpılması, beklenenin aksine bileşeni değiştirmeyecektir. Fakat uygulamada bunun anlamsız olduğu görülmektedir. Her biri bir bağımsız değişken olan bağımsız bileşenlerin her birinin birim varyansa ($E\{s_i^2\} = 1$) sahip olduğu varsayılır. \mathbf{A} matrisinin katsayıları bu kısıt göz önünde bulundurularak belirlenir.

2. Bağımsız bileşenlerin sırası belirlenemez: Modelin iki bilinmeyenli bir eşitlik olmasından dolayı elde edilen bağımsız bileşenlerin sırası yoktur. Bu durumda elde edilen herhangi bir bağımsız bileşen birinci bileşen olarak kabul edilebilir.

4.4.3 Bağımsız Bileşenlerin Normal Dağılıma Uymaması

BBA'nın ikinci varsayımı, bağımsız bileşenlerin normal dağılıma uymamasıdır. Karışım matrisi normale yakın bir dağılım gösterse de, amaç bu matristen normal dağılmayan bileşenler ayrıştırmaktır. Bunun nedeni şu şekilde açıklanabilir:

İki bağımsız bileşenin (s_1 ve s_2 olmak üzere) bileşik normal dağılıma uyduğunu varsayalım. Bu durumda bileşik olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$p(s_1, s_2) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{s_1^2 + s_2^2}{2}\right) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{s}\|^2}{2}\right) \quad (4.73)$$

şeklinde ifade edilecektir.

Veri seti beyazlatılmış olacağından, \mathbf{A} karışım matrisinin ortogonal olduğu varsayılabilir. Ortogonal matris \mathbf{A} için $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T$ geçerli olacaktır. (4.25) eşitliği göz önünde bulundurularak x_1 ve x_2 karışımlarının dönüşüm cinsinden bileşik olasılık fonksiyonları;

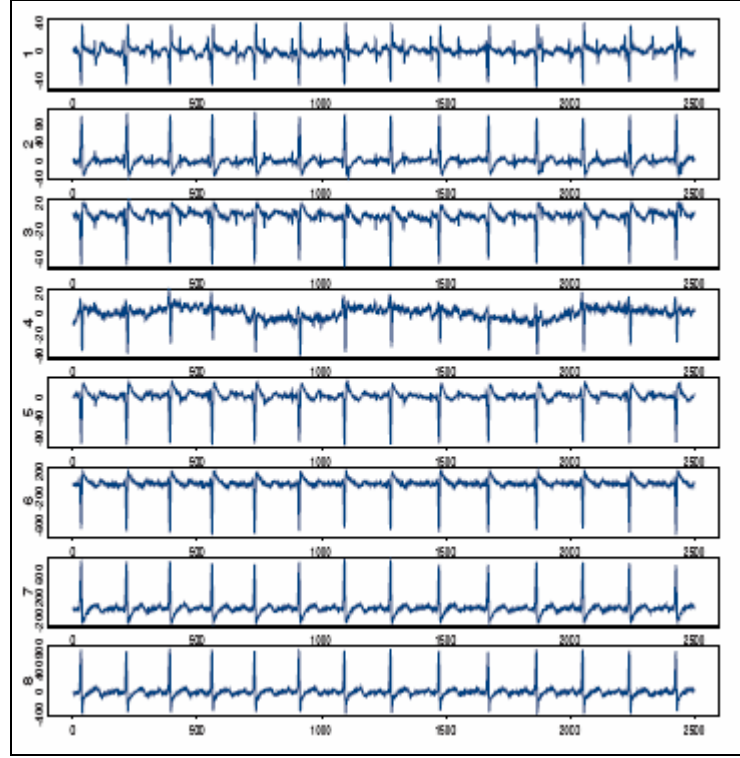
$$p(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{A}^T \mathbf{x}\|^2}{2}\right) |\det \mathbf{A}^T| \quad (4.74)$$

şeklinde yazılabilir. \mathbf{A} matrisinin ortogonal oluşu $\|\mathbf{A}^T \mathbf{x}\|^2 = \|\mathbf{x}\|^2$ ve $|\det \mathbf{A}| = 1$ olmasını sağlayacaktır. Böylelikle (4.74) eşitliği

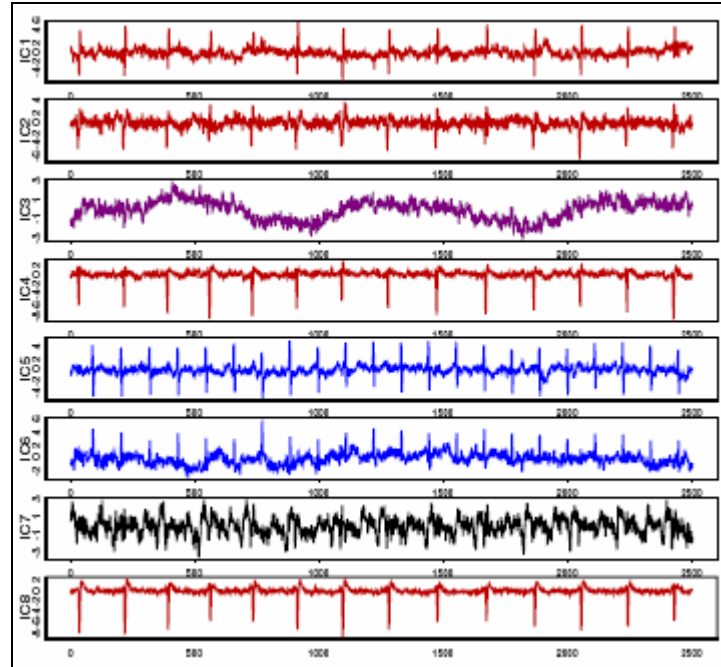
$$p(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}\|^2}{2}\right) \quad (4.75)$$

olarak sadeleşecektir. Görüleceği gibi (4.73) ile (4.75) eşitlikleri birbirinin aynısıdır. Ortogonal karışım matrisi eşitlikte bulunmayacağından olasılık yoğunluk fonksiyonunu değiştirmeyecektir. Bu da gözlenen sinyallerden karışım matrisinin elde edilemeyeceği anlamına gelir. Korelasyonsuz bileşik normal dağılıma sahip olan değişkenler aynı zamanda bağımsız olacaklardır.

BBA'ya örnek olması için, Şekil 4.5'de, 8 kanallı 500Hz'de örneklenmiş ve 2500 örnek noktasından oluşan hamile bir kadının kalp ritmi gösterilmiştir. Bu sinyaller üzerine BBA uygulandığında, elde edilen 8 bağımsız bileşen Şekil 4.6'da verilmiştir. Kırmızı olarak gösterilen dalgalar (1, 2, 4 ve 8. bağımsız bileşenler) anneye, mavi dalgalar (5. ve 6. bağımsız bileşenler) ise fetüse ait kalp ritimleridir. 3. bağımsız bileşen nefesi, 7. bağımsız bileşen ise algılayıcılarıdaki gürültü seviyesini göstermektedir [37].



Şekil 4.5 Kalp Ritimleri
Kaynak: [37]



Şekil 4.6 Kalp Ritimlerine BBA Uygulaması
Kaynak:[37]

5 FARKLI YAKLAŞIMLARLA BAĞIMSIZ BİLEŞENLER ANALİZİ

Karışım matrisi beyazlatıldıktan sonra bir optimizasyon problemiyle karşılaşılır. Bu problemin çözümü, farklı disiplinlerce geliştirilen yaklaşım ve algoritmalarla gerçekleştirilmektedir. Bu bölüm kapsamında, normal olmamanın maksimizasyonu, en çok olabilirlik tahmini ve karşılıklı enformasyonun minimizasyonu yaklaşımlarıyla gerçekleşen BBA tanıtılacaktır.

BBA uygulanırken iki temel karar verilir. Biri, hangi kritere göre bağımsız bileşenlerin elde edileceği yani amaç fonksiyonudur. Diğeri ise belirlenen kriterin hangi algoritmayla optimizasyonunun sağlanacağıdır. Bu durumda BBA yaklaşımını

BBA yaklaşımı = Amaç fonksiyonu + Optimizasyon algoritması

olarak özetlenebilir. Elde edilen bağımsız bileşenlerin istatistiksel özellikleri amaç fonksiyonuna, algoritmik özellikleri (yakınsama hızı, hafıza kullanımı, nümerik kararlılığı) ise seçilen optimizasyon algoritmasına bağlıdır.

İlk olarak, ayrıştırma yaklaşımlarından biri olan bileşenlerin normal olmamasının maksimizasyonu ile gerçekleşen BBA ele alınacaktır.

5.1 NORMAL OLMAMANIN MAKSİMİZASYONU İLE BAĞIMSIZ BİLEŞENLER ANALİZİ

BBA'nın amacı, karışım matrisinden normal olmayan bağımsız bileşenleri ayrıştırmaktır. Daha önce de belirtildiği gibi, merkezi limit teoremine göre, karışım sinyalleri kaynak sinyallere kıyasla normal dağılıma daha yakın olacaktır.

BBA'da normal olmamanın ölçüsü olarak basıklık ve basıklığın bazı dezavantajları nedeniyle negentropi kullanılmaktadır. Bu kavramların

optimizasyonu gradyant ve hızlı sabit-nokta (fast fixed-point) algoritmaları ile gerçekleştirilmektedir.

Temel BBA modeli $x = \mathbf{A} \mathbf{s}$ ters çevrildiğinde,

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{x} \quad (5.1)$$

olarak elde edilecektir. Tahmin edilecek olan bağımsız bir bileşen, x_i 'lerin doğrusal bir kombinasyonu olacaktır. Bunu y ile ifade edelim:

$$y = \mathbf{b}^T \mathbf{x} = \sum_i b_i x_i \quad (5.2)$$

Buradaki \mathbf{b} vektörü, ayrıştırma katsayılarından oluşacaktır ve tahmin edilmesiyle bağımsız bileşen elde edilecektir. Bu ifadeye temel BBA modeli ($x = \mathbf{A} \mathbf{s}$) dahil edildiğinde;

$$y = \mathbf{b}^T \mathbf{A} \mathbf{s} \quad (5.3)$$

olduğu görülecektir. Burada bağımsız bileşen y 'nin, katsayıları $\mathbf{b}^T \mathbf{A}$ ile hesaplanan \mathbf{s} 'lerin doğrusal bir kombinasyonu olduğu görülmektedir. $\mathbf{b}^T \mathbf{A}$, \mathbf{q} ile gösterildiğinde, bağımsız bileşen

$$y = \mathbf{b}^T \mathbf{x} = \mathbf{q}^T \mathbf{s} \quad (5.4)$$

şeklinde ifade edilebilir. (5.1) eşitliği göz önünde bulundurulduğunda, \mathbf{b} vektörünün \mathbf{A}^{-1} 'in herhangi bir satırı olması durumunda, $\mathbf{b}^T \mathbf{x}$ doğrusal kombinasyonunun bir bağımsız bileşene eşit olacağı söylenebilir. Bu durumda \mathbf{q} 'nun sadece tek bir elemanı 1'e, diğerleri sıfıra eşit olacaktır. Bu noktada sorulacak en önemli soru, merkezi limit teoremine dayanılarak, \mathbf{A}^{-1} 'in herhangi bir satırına eşit olan \mathbf{b} 'nin nasıl bulunacağıdır. \mathbf{A} matrisi hakkında bir bilgi olmadığı için, \mathbf{b} vektörü de bilinemez. \mathbf{b} 'nin tahmin süreci şu şekilde gerçekleştirilir:

Önce $\mathbf{b}^T \mathbf{A}$ 'ya eşit olan \mathbf{q} 'nun katsayıları değiştiğinde, $y = \mathbf{q}^T \mathbf{s}$ 'nin dağılımının nasıl değiştiğine bakılır. Merkezi limit teoremi gereği, iki bağımsız rassal değişkenin toplamı rassal değişkenlerden daha fazla normale yakın olacaktır. Bu

durumda $y = q^T s$ 'nin dağılımı herhangi bir s_i 'ye göre normale daha yakın olacaktır ve y , herhangi bir s_i 'ye eşit olduğunda, normalden en uzak durumda olacaktır.

q 'nun katsayıları değişirken y 'nin dağılımının incelenmesi için q değerinin bilinmesine gerek yoktur. $q^T s = b^T x$ olduğundan, b değişirken $b^T x$ 'in dağılımının incelenmesi aynı anlama gelecektir. Bu durumda b , $b^T x$ 'in normal olmamasını maksimize eden bir vektör olarak ele alınabilir. Maksimizasyonu sağlayan bu vektör sadece bir tane sıfır olmayan bileşene sahip $q = \mathbf{A}^T b$ 'ye karşılık gelecektir. Bu da $y = b^T x = q^T s$ 'nin herhangi bir bağımsız bileşene eşit olduğu anlamına gelir.

Sonuç olarak bağımsız bileşenler $b^T x$ 'in normal olmamasının maksimizasyonu ile elde edilecektir. Bu noktada karşılaşılan soru; normal olmamanın ölçüsü ve b vektörünün değerlerinin tahmini için seçilen algoritmanın ne olması gerektiğidir [41].

5.1.1 Basıklık ile Normal Olmamanın Ölçümü

BBA'da normal dağılmamanın ölçülerinden birisi olarak kolay hesaplanabilirliği açısından basıklık kullanılmaktadır. Öncelikle x_1 ve x_2 rassal değişkenleri için

$$\text{kurt}(x_1 + x_2) = \text{kurt}(x_1) + \text{kurt}(x_2) \quad (5.5)$$

ve

$$\text{kurt}(\alpha x_1) = \alpha^4 \text{kurt}(x_1) \text{'in} \quad (5.6)$$

geçerli olduğunu hatırlayalım.

$x = \mathbf{A} s$ ile açıklanan temel BBA modeli, birisi s_1 diğeri s_2 olmak üzere iki bağımsız bileşene ayrıştırılacak olsun. Birim varyanslı bağımsız bileşenlerin sıfırdan farklı olan basıklıkları sırasıyla $\text{kurt}(s_1)$ ve $\text{kurt}(s_2)$ ile gösterilsin. Bu durumda bağımsız bileşenlerden biri şu şekilde yazılabilir:

$$y = \mathbf{b}^T \mathbf{x} = \mathbf{b}^T \mathbf{A} \mathbf{s} = \mathbf{q}^T \mathbf{s} = q_1 s_1 + q_2 s_2 \quad (5.7)$$

Bu bağımsız bileşenin normalliğinin ölçüsü,

$$\text{kurt}(y) = \text{kurt}(q_1 s_1) + \text{kurt}(q_2 s_2) = q_1^4 \text{kurt}(s_1) + q_2^4 \text{kurt}(s_2) \quad (5.8)$$

ile belirlenecektir. Tıpkı s_1 ve s_2 'de olduğu gibi, bağımsız bileşen y 'nin varyansının da 1 olması kısıtı, q üzerine de bir kısıt getirecektir:

$$E\{y^2\} = q_1^2 + q_2^2 = 1 \quad (5.9)$$

Bu kısıt, geometrik olarak q vektörünün 2 boyutlu uzayda birim çembere denk düşecek şekilde kısıtlanması anlamına gelmektedir. Bu durumda optimizasyon problemi; birim küre/çember üzerindeki

$$|\text{kurt}(y)| = |q_1^4 \text{kurt}(s_1) + q_2^4 \text{kurt}(s_2)| \quad (5.10)$$

fonksiyonunun maksimum noktasını bulma problemine dönüşür. Bu noktalar; q vektörünün herhangi bir elemanının (q_1 ya da q_2) sıfır, diğerinin 1 (ya da -1) e eşit olduğu noktalar olacaktır. Aynı zamanda bu noktalardaki y , herhangi bir bağımsız bileşene ($\pm s_i$) eşit olacaktır.

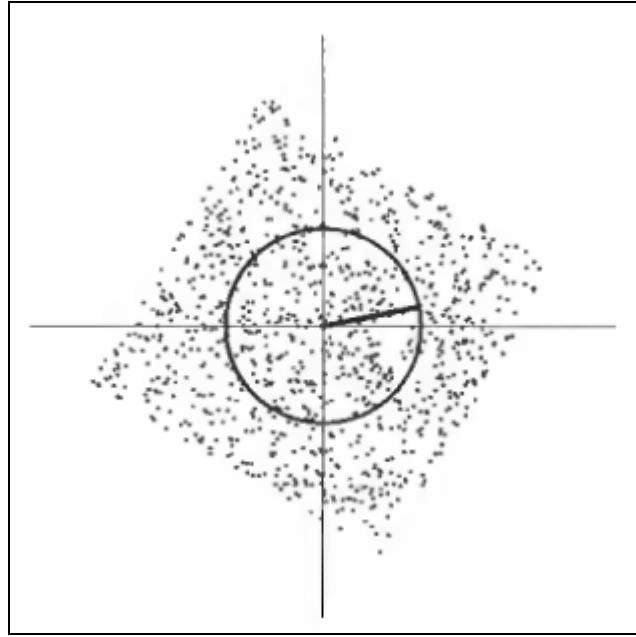
Beyazlatma işlemi, basıklığın farklı bir şekilde tanımlanması avantajını getirir. Beyazlatılmış z veri seti için bağımsız bir bileşenin elde edilmesi, normal olmamayı maksimize eden $w^T z$ 'nin doğrusal bir kombinasyonu aranarak gerçekleştirilecektir. $q = (\mathbf{VA})^T w$ olduğundan

$$\|q\|^2 = (w^T \mathbf{VA})(\mathbf{A}^T \mathbf{V}^T w) = \|w\|^2 \quad (5.11)$$

eşit olacaktır. Buradan q 'yu birim çember üzerinde uzanacak şekilde kısıtlamak, w 'yu da birim daire üzerinde olacak şekilde kısıtlamak anlamına geleceği çıkarımı yapılabilir. Bu durumda $\|w\|=1$ kısıtı altında $w^T z$ 'nin mutlak değerce basıklığının maksimizasyonu, bağımsız bileşenlerin elde edilmesi anlamına gelecektir. Başka bir bakış açısıyla, beyazlatma işleminden sonra $w^T z$ 'nin

doğrusal kombinasyonları, w vektörünün süpürdüğü açı üzerindeki izdüşümler olarak ele alınabilir. w vektörünün dikey koordinatla yaptığı açı bu izdüşümleri göstermek için kullanılabilir. $w^T z$ 'nin basıklığı bu açı cinsinden açıklanabilir. Bu noktada BBA ile istatistikte izdüşüm arama (projection pursuit) olarak geçen teknik birbirine benzerlik göstermektedir. $w^T z$ 'nin basıklığı, w vektörü orijin etrafında döndürüldükçe değişecektir. W , doğrusal dönüşümle elde edilen koordinatlara ortogonal olduğunda, $w^T z$ 'nin basıklığı maksimum değere ulaşacaktır. w vektörünün bu doğrultusunda bağımsız bileşenler elde edilecektir [38].

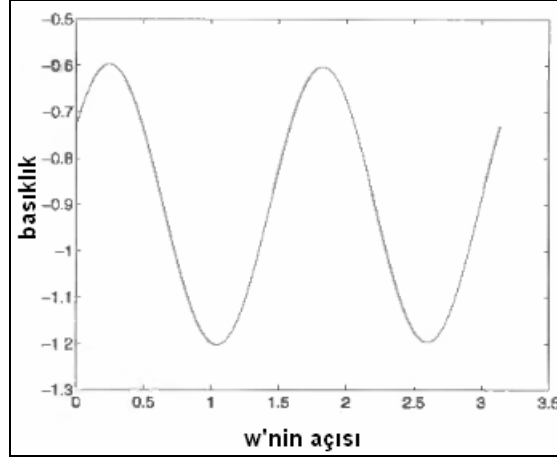
Uniform dağılılan beyazlatılmış iki bağımsız bileşenin dağılımı Şekil 5.1'de gösterilmektedir. Normal olmamayı maksimize eden izdüşümler, birim çember üzerinde noktalara denk düşmektedir ve bu izdüşümler açısal olarak ifade edilebilmektedir.



Şekil 5.1 İki Bağımsız Bileşenin Dağılımı

Kaynak:[41]

$w^T z$ 'nin basıklığının w 'nin açısıyla ilişkisi Şekil 5.2'de gösterilmektedir. Şeklin ortaya koyduğu gibi, negatif basıklığa sahip olan $w^T z$ 'nin mutlak değerce maksimizasyonunun sağlandığı doğrultular, w 'nin açısıyla da elde edilebilmektedir.



Şekil 5.2 İzdüşümlerin Basıklığı ile w'nin Açısı Arasındaki İlişki
Kaynak:[41]

5.1.1.1 Basıklık için Gradyant Algoritması

BBA'da basıklığın maksimizasyonu en temel şekilde gradyant algoritmasıyla gerçekleştirilir. Buna göre, öncelikle w vektörünün başlangıç değerleri rassal olarak belirlenir. Ardından, $y = w^T z$ 'nin mutlak değerce basıklığı hangi yöne doğru daha güçlü olarak büyüyorsa o doğrultu belirlenir ve w vektörü o yöne doğru hareket ettirilir.

$w^T z$ 'nin mutlak değerce basıklığının eğimi,

$$\frac{\partial |kurt(w^T z)|}{\partial w} = 4 \text{sign}(kurt(w^T z)) \left[E \left\{ z (w^T z)^3 \right\} - 3w \|w\|^2 \right] \quad (5.12)$$

ile elde edilir. Beyazlatma işlemi gereği $E \left\{ (w^T z)^2 \right\} = \|w\|^2$ olacaktır.

Maksimizasyon, (5.12) eşitliği birim küre ($\|w\|^2 = 1$) üzerine denk düşecek şekilde gerçekleştirileceğinden algoritma her adımdan sonra w 'nun birim küre üzerindeki izdüşümü alınarak tamamlanır. Bu işlem w 'nun kendi normuna bölünmesiyle gerçekleştirilir.

Eğim algoritması;

$$1. \Delta w \propto \text{sign}(kurt(w^T z)) E \left\{ z (w^T z)^3 \right\} \quad (5.13)$$

$$2. w \leftarrow w / \|w\| \quad (5.14)$$

olarak ifade edilir. (5.12) eşitliğindeki köşeli parantez içinde kalan son ifade w standartlaştırılacağı için w'nun doğrultusunu değil, normunu etkileyecektir. Algoritma gereği doğrultu daha önemli olduğundan, söz konusu ifade (5.13)'de gözardı edilmiştir. [39] Algoritmanın uyarlamalı (çevirim içi) şekli için (5.13) ifadesi yerine

$$\Delta w \propto \text{sign}\left(\text{kurt}(w^T z)\right) z (w^T z)^3 \quad (5.15)$$

ifadesi kullanılır.

Uyarlamalı eğitim algoritmasının avantajı, yapay sinir ağlarının öğrenmesiyle bağlantılı olmasıdır. Bu da algoritmanın durağan olmayan bir ortamda hızlı adaptasyonunu sağlamaktadır. Bunun aksine yakınsama yavaştır ve öğrenme katsayısının seçimine bağlıdır. Bu sorunu ortadan kaldırmak için öğrenmeyi hızlı bir şekilde gerçekleştiren hızlı sabit-nokta algoritması geliştirilmiştir.

5.1.1.2 Basıklık için Hızlı Sabit-Nokta Algoritması

Hyvärinen [44] tarafından geliştirilen hızlı sabit-nokta algoritması, kısaca FastICA olarak anılmaktadır. Algoritmanın mantığı şu şekilde işler: Gradyant algoritmasının sabit bir noktasındaki eğitim, w'nun bir doğrultusunu gösterir ve w'nun bir katsayı ile çarpılmasıyla elde edilebilir. Eğimin w'ya eklenmesi ve w'nun doğrultusunun değişmemesi durumunda yakınsama sağlanmış demektir. w'nun birim norma eşit olacak şekilde standartlaştırılmasının, işaretinin değiştiği durumlar dışında w'yu değiştirmeyeceği unutulmamalıdır.

(5.12) ile gösterilen mutlak değerce eğitim için FastICA algoritması,

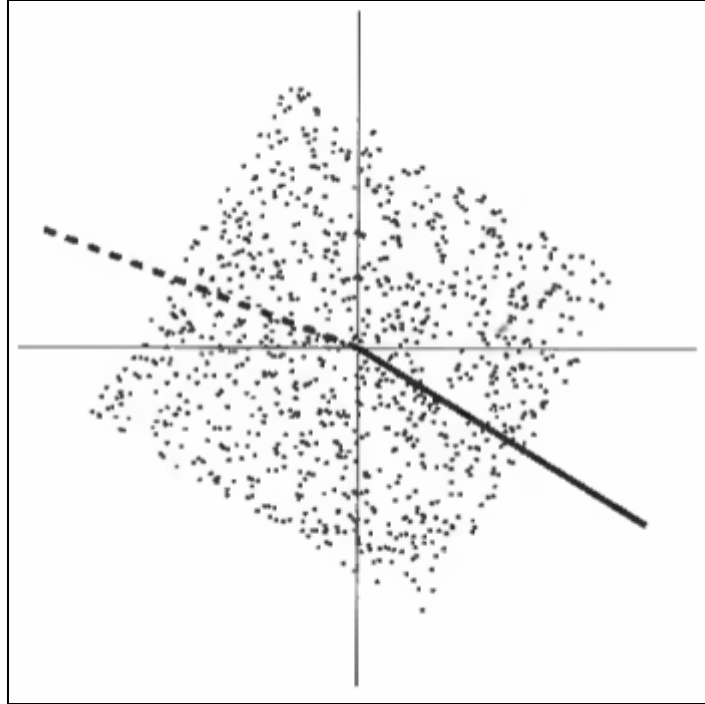
$$(1) w \propto \left[E \left\{ z (w^T z)^3 \right\} - 3 \|w\|^2 w \right] \quad (5.16)$$

olacaktır. $\|w\| = 1$ olduğundan w'nun yeni değeri

$$w \leftarrow w E \left\{ z (w^T z)^3 \right\} - 3w \quad (5.17)$$

halini alacaktır. Her iterasyondan sonra w kendi normuna bölünerek standartlaştırılmalıdır. Elde edilen son vektör, yani doğrultuyu değiştirmeyen vektör, $w^T z$ 'nin doğrusal bir kombinasyonu olan bağımsız bir bileşeni verecektir. FastICA algoritmasının hızlı yaklaşma sağlaması, öğrenme katsayısı ya da ona benzer ayarlanabilir parametrelerinin kullanılmamasından kaynaklanmaktadır. Bu da algoritmayı daha kolay uygulanabilir ve güvenilir kılmaktadır.

Şekil 5.3'de FastICA ile iki iterasyon sonucu elde edilmiş bağımsız bir bileşenin izdüşümü gösterilmektedir. Şekildeki kesikli çizgi ilk iterasyondan, düz çizgi ise ikinci iterasyondan sonra w vektörünün izdüşümünü göstermektedir. Üçüncü iterasyon sonucu w vektörünün doğrultusu değişmediğinden yakınsama sağlanmış, bağımsız bir bileşen elde edilmiştir.



Şekil 5.3 FastICA
Kaynak:[41]

Basıklık için FastICA algoritmasının adımları, ortogonalleştirme yöntemlerinin tanıtılmasından sonra verilecektir.

5.1.2 Negentropi ile Normal Olmamanın Ölçümü

Uygulamada basıklığın aykırı gözlemlere duyarlı olmasından ötürü, normal olmamanın bir ölçüsü olarak ele alınması eleştiri alabilmektedir. Bu yüzden normal olmamanın ölçüsü olarak basıklık yerine negentropinin kullanılması tercih edilebilir. Basıklığa göre daha güçlü bir kavram olmasına karşılık, hesaplanmasının oldukça karmaşık olması negentropinin önemli bir dezavantajıdır.

y rassal bir vektör, $p_y(\eta)$ 'de olasılık yoğunluk fonksiyonu olmak üzere (4.44) ile belirtilen diferansiyel entropiyi tekrar ele alalım. Söz konusu eşitlik aşağıda tekrarlanmıştır.

$$H(y) = -\int p_y(\eta) \log p_y(\eta) d\eta \quad (5.18)$$

Eşit varyansa sahip rassal değişkenlerden dağılımı normal olan değişkenin entropisi en yüksek olur. Belirli değerleri daha sık alan dağılımlar için rassallıktan bahsedilemeyeceğinden, bu tür dağılımların entropi değerleri küçük olacaktır.

Normal dağılım gösteren bir değişken için sıfır değerini alan ve diferansiyel entropinin standartlaştırılmış şekli olan negentropi,

$$J(y) = H(y_{\text{normal}}) - H(y) \quad (5.19)$$

ile ifade edilir. Tanımı gereği negentropinin hesaplanması oldukça güçtür. Güçlüğe yol açan önemli faktör çoğunlukla olasılık yoğunluk fonksiyonunun parametrik olmayan tahminini gerektirmesidir. Bundan dolayı yüksek dereceden kümülanlar kullanılarak yaklaşık bir negentropi değeri hesaplanması tercih edilir. y sıfır ortamala ve birim varyanslı rassal değişken olmak üzere yaklaşık negentropi değeri,

$$J(y) \approx \frac{1}{12} E\{y^3\}^2 + \frac{1}{48} \text{kurt}(y)^2 \quad (5.20)$$

ile hesaplanmaktadır. (5.20) eşitliğindeki ilk terim yaklaşık olarak simetrik dağılan rassal değişkenler için sıfır değerini alacak, böylece yaklaşık negentropi basıklığın karesiyle ifade edilebilir bir duruma gelecektir. Basıklığın çok güçlü bir kavram olmamasından dolayı bu şekilde hesaplanan yaklaşık negentropi yerine,

yüksek dereceden kümülanant yaklaşımını barındıran daha farklı bir yaklaşım geliştirilmiştir [39].

Yüksek dereceli kümülanantların genelleştirilmesine dayanan bu yaklaşım, genel kuadratik olmayan fonksiyonların ya da polinomial olmayan momentlerin beklenen değerlerini kullanmaktadır. i indeksi belirlemek üzere, y^3 ve y^4 polinom fonksiyonlarının bir ya da iki tane G^i fonksiyonuyla değiştirilmesi ve $E\{G^i(y)\}$ ile ifade edilen beklenen değerlerinin hesaplanmasıyla yaklaşık negentropi elde edilir.

$$J(y) \approx k_1 \left(E\{G^1(y)\} \right)^2 + k_2 \left[E\{G^2(y)\} - E\{G^2(v)\} \right]^2 \quad (5.21)$$

Burada k_1 ve k_2 pozitif sabitler, v sıfır ortalama ve birim varyansa sahip normal dağılım bir değişkendir. Sadece bir kuadratik olmayan G fonksiyonunun olması durumunda yaklaşım,

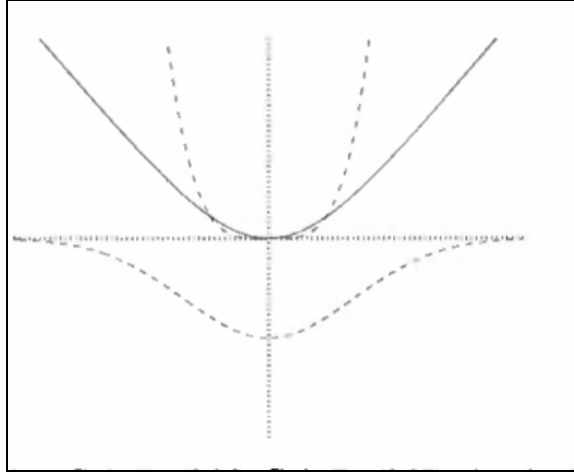
$$J(y) \propto \left[E\{G(y)\} - E\{G(v)\} \right]^2 \quad (5.22)$$

ile gösterilecektir. Burada G fonksiyonunun seçimi çok önemlidir. Söz gelimi hızlı büyümeyen bir fonksiyonla daha güçlü bir yaklaşık negentropi tahmini yapılır. (5.23) ve (5.24) ile verilen fonksiyonlar uygulamalarda güçlü tahmin veren fonksiyonlar olarak kullanılmaktadır ve yaklaşık negentropinin belirlenmesinde (5.20) eşitliği yerine tercih edilebilir.

$$G_1(y) = \frac{1}{a_1} \log \cosh a_1 y \quad (5.23)$$

$$G_2(y) = -\exp(-y^2 / 2) \quad (5.24)$$

Burada a_1 , $1 \leq a_1 \leq 2$ olacak şekilde seçilmekte ve genellikle 1 olarak kabul edilmektedir. G_1 ve G_2 fonksiyonları Şekil 5.4'de gösterilmektedir. G_1 kalın çizgiyle, G_2 ise noktalı çizgiyle ifade edilmiştir.



Şekil 5.4 G_1 ve G_2 Fonksiyonları
Kaynak:[41]

5.1.2.1 Negentropi için Gradyant Algoritması

Basıklıkta olduğu gibi, negentropinin maksimizasyonunda da gradyant algoritması uygulanabilir. (5.21)'de ifade edilen yaklaşık negentropi için bu algoritma, standartlaştırmanın gereği $E\left\{\left(w^T z\right)^2\right\} = \|w\|^2 = 1$ olduğunun göz önünde bulundurulmasıyla aşağıdaki eşitliklerle açıklanabilir.

$$(1) \Delta w \propto \gamma E\left\{z g\left(w^T z\right)\right\} \quad (5.25)$$

$$(2) w \leftarrow w / \|w\| \quad (5.26)$$

Burada v standartlaştırılmış normal dağılan bir değişken ve

$$\gamma = E\left\{G\left(w^T z\right)\right\} - E\left\{G(v)\right\} \quad (5.27)$$

dir. Standartlaştırma yapılmasının nedeni, w 'nun birim küre üzerindeki izdüşümünü gerçekleştirirken $w^T z$ 'nin varyansının sabit tutulmasıdır.

Negentropi için eğim algoritmasının uyarlamalı şeklinde, (5.76) nolu eşitlik ile gösterilen γ katsayısı;

$$\Delta \gamma \propto \left[G\left(w^T z\right) - E\left\{G(v)\right\} \right] - \gamma \quad (5.28)$$

olarak hesaplanır. Yukarıda açıklandığı gibi $1 \leq a_1 \leq 2$ olmak üzere (genellikle $a_1 = 1$) g fonksiyonu için güçlü tahmin veren fonksiyonlar:

$$g_1(y) = \tanh(a_1 y) \quad (5.28)$$

$$g_2(y) = y \exp(-y^2 / 2) \quad (5.30)$$

$$g_3(y) = y^3 \quad (5.31)$$

olarak kabul edilmektedir. Negentropi için uyarlamalı eğitim algoritmasının adımları şu şekildedir:

1. Veri setini ortalama sıfır olacak şekilde merkezileştir
2. Veri setini beyazlatarak z 'yi elde et
3. Rassal olarak birim normlu w başlangıç vektörünün ve γ 'nin başlangıç değerlerini belirle
4. g fonksiyonu için (5.29), (5.30) ya da (5.31) eşitliklerini kullanarak $\Delta w \propto \gamma z g(w^T z)$ 'yi güncelle
5. $w \leftarrow w / \|w\|$ standartlaştırma işlemini yap
6. γ 'nin işareti önsel olarak bilinmiyorsa $\Delta \gamma \propto [G(w^T z) - E\{G(v)\}] - \gamma$ 'yi güncelle
7. Yakınsama sağlanmadıysa 4. adıma geri dön

5.1.2.2 Negentropi için Hızlı Sabit-Nokta Algoritması

FastICA algoritmasını negentropi için uygulamadan önce, (5.29), (5.30) ve (5.31) ile ifade edilen fonksiyonlardan birinin seçilerek yaklaşık negentropi için güçlü bir tahmin yapılması sağlanmalıdır. Bu algoritmada kullanılan g' fonksiyonu aşağıda verilen fonksiyonlar içinden tercih edilmektedir.

$$g'_1(y) = a_1 (1 - \tanh^2(a_1 y)) \quad (5.32)$$

$$g'_2(y) = (1 - y^2) \exp(-y^2 / 2) \quad (5.33)$$

$$g'_3(y) = 3y^2 \quad (5.34)$$

Negentropi için FastICA algoritmasının adımları aşağıdaki gibidir:

1. Veri setini ortalama sıfır olacak şekilde merkezileştir
2. Veri setini beyazlatarak z 'yi elde et
3. Birim normlu w vektörünün rassal olarak başlangıç değerlerini belirle
4. g fonksiyonu için (5.29), (5.30) ya da (5.31)
 g' fonksiyonu için (5.32), (5.33) ya da (5.34) eşitliklerini kullanarak
 $w \leftarrow E \left\{ zg(w^T z) \right\} - E \left\{ g'(w^T z) \right\} w$ 'yi güncelle
5. $w \leftarrow w / \|w\|$ standartlaştırma işlemini yap
6. Yakınsama sağlanmadıysa 4. adıma geri dön

5.1.3 Birden Fazla Bağımsız Bileşen Bulma

Şimdiye kadar konunun anlaşılması açısından BBA'nın tek bağımsız bileşenin elde edilmesini sağlayan BBA algoritmaları açıklanmıştır. Birden fazla bağımsız bileşenin elde edilmesi, bu algoritmaların farklı başlangıç noktalarıyla tekrarlı bir şekilde çalıştırılmasıyla gerçekleşmektedir.

Normal olmamanın maksimizasyonu ele alındığında, beyazlatma işleminden sonra w_i ile elde edilen bütün bağımsız bileşenler ortogonal $\left(E \left\{ (w_i^T z)(w_j^T z) \right\} = w_i^T w_j \right)$ olacaktır. Bunun nedeni; beyazlatma işleminden sonra karışım matrisinin ortogonal olmasıdır. w_i ; tanım gereği $(\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T)$ olmasından dolayı) karışım matrisinin bir satırına ve aynı zamanda karışım matrisinin tersinin bir sütununa eşittir.

Bundan dolayı bağımsız bir bileşeni elde eden bir algoritmanın tekrarlı olarak çalıştırılmasıyla, birden fazla bağımsız bileşen tahmin edilir. Ancak, farklı vektörlerin (w_1, \dots, w_n) aynı maksimum noktaya yakınsamaması için, her iterasyondan sonra vektörler ortogonalleştirilir.

Ortogonalleştirme yöntemine bağlı olarak, birinde bağımsız bileşenlerin teker

teker, diğ erinde ise hepsinin aynı anda paralel olarak tahmin edildiğ i iki farklı yaklaşım geliştirilmiştir. Özellikle büyük veri setlerinde, çok fazla bağımsız bileşenin olması durumunda ya da seğıilen ayırıştırma kriterine göre algoritmanın yakınsama sağlamaması durumunda paralel olarak bağımsız bileşenlerin elde edilmesi sağlanamayabilir. Böyle durumlarda bağımsız bileşenlerin teker teker elde edilmesi mümkündür [38].

5.1.3.1 “Deflationary” Ortogonalleştirme

Ortogonalleştirmenin en basit yollarından birisi, Gram-Schmidt yöntemine dayanan “deflationary” ortogonalleştirmedir. Bu yöntem gere bağımsız bileşenler teker teker tahmin edilir. İlk bağımsız bileşen herhangi bir yöntemle tahmin edilir. Diğ er bağımsız bileşenler ise; kendinden önce hesaplanan bağımsız bileşenlerin izdüşümleri, hesaplanan bileşeni verecek olan w vektöründen çıkartıldıktan sonra elde edilir. Böylelikle sinyal karışımından, elde edilen her bağımsız bileşene ait bilgi çıkartıldıktan sonra kalan karışımından yeni bir bağımsız bileşen elde edilmiş olunur[38]. “Deflationary” ortogonalleştirmenin adımları aşağıda sıralanmıştır:

1. Tahmin edilecek bağımsız bileşen sayısı m 'yi belirle ve $p \leftarrow 1$ al
2. Rassal olarak w_p 'yi belirle
3. w_p için bir bağımsız bileşen tahmin et
4. $w_p \leftarrow w_p - \sum_{j=1}^{p-1} (w_p^T w_j) w_j$
ile ortogonalleştirmeyi yap
5. w_p 'yi normuna bölerek standartlaştır
6. w_p yakınsamamışsa 3. adıma geri dön
7. $p \leftarrow p + 1$ al, p tahmin edilecek olan bağımsız bileşen sayısından az ise 2. adıma geri dön

FastICA ile birden fazla bağımsız bileşeni teker teker tahmin eden algoritmanın adımları şu şekildedir:

1. Veri setini ortalama sıfır olacak şekilde merkezileştir
2. Veri setini beyazlatarak z 'yi elde et

3. Tahmin edilecek bağımsız bileşen sayısı olan m 'yi belirle, $p \leftarrow 1$ al
4. Rassal olarak birim normlu w_p 'nin başlangıç değerini belirle
5. g fonksiyonu için (5.29), (5.30) ya da (5.31)
 g' fonksiyonu için (5.32), (5.33) ya da (5.34) eşitliklerini kullanarak
 $w_p \leftarrow E \left\{ z g(w_p^T z) \right\} - E \left\{ g'(w_p^T z) \right\} w$ güncelle
6. $w_p \leftarrow w_p - \sum_{j=1}^{p-1} (w_p^T w_j) w_j$ ortogonalleştirmesini yap
7. $w_p \leftarrow w_p / \|w_p\|$ standartlaştırmasını yap
8. w_p yakınsamamışsa 5. adıma geri dön
9. $p \leftarrow p + 1$ al, $p \leq m$ ise 4. adıma geri dön

5.1.3.2 Simetrik Ortogonalleştirme

Simetrik ortogonalleştirme ile bağımsız bileşenler teker teker değil aynı anda tahmin edilmektedir. Bunun için her iterasyonda w_j 'ler (\mathbf{W} matrisi) simetrik olarak ortogonalleştirilir. \mathbf{W} matrisinin simetrik ortogonalleştirilmesi:

$$\mathbf{W} \leftarrow (\mathbf{W}\mathbf{W}^T)^{-1/2} \mathbf{W} \quad (5.35)$$

ile ifade edilmektedir. Buradaki $(\mathbf{W}\mathbf{W}^T)^{-1/2}$; $\mathbf{W}\mathbf{W}^T$ 'nin özdeğerleri $(\mathbf{W}\mathbf{W}^T = \mathbf{E} \text{diag}(d_1, \dots, d_m) \mathbf{E}^T)$ yardımıyla elde edilmektedir.

$$(\mathbf{W}\mathbf{W}^T)^{-1/2} = \mathbf{E} \text{diag}(d_1^{-1/2}, \dots, d_m^{-1/2}) \mathbf{E}^T \quad (5.36)$$

Simetrik ortogonalleştirme için daha basit olarak elde edilen alternatif bir algoritmanın adımları şu şekilde ifade edilebilir:

1. $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{W} / \|\mathbf{W}\|$
2. $\mathbf{W} \leftarrow \frac{3}{2} \mathbf{W} - \frac{1}{2} \mathbf{W}\mathbf{W}^T \mathbf{W}$
3. $\mathbf{W}\mathbf{W}^T$ birim matrise yeteri kadar yakın değilse 2. adıma geri dön

Simetrik ortogonalleştirme ile bağımsız bileşenlerin elde edilmesi şu şekildedir:

1. Tahmin edilecek bağımsız bileşen sayısı m 'i belirle
2. Rassal olarak w_i , $i = 1, \dots, m$ belirle
3. Her w_i için paralel olarak bağımsız bileşen hesapla
4. $\mathbf{W} = (w_1, \dots, w_m)^T$ matrisini simetrik olarak ortogonalleştir
5. Yakınsama sağlanmadıysa, 3. adıma geri dön

FastICA ile birden fazla bağımsız bileşenin aynı anda tahmin edilmesi aşağıdaki gibi gerçekleştirilir:

1. Veri setini ortalama sıfır olacak şekilde merkezileştir
2. Veri setini beyazlatarak z 'yi elde et
3. Tahmin edilecek bağımsız bileşen sayısı olan m 'i belirle
4. Her biri birim normlu olacak şekilde w_i , $i = 1, \dots, m$ için rassal olarak başlangıç değerlerini belirle. \mathbf{W} matrisini 6. adıma göre ortogonalleştir.
5. g fonksiyonu için (5.29), (5.30) ya da (5.31)
 g' fonksiyonu için (5.32), (5.33) ya da (5.34) eşitliklerini kullanarak
bütün $i = 1, \dots, m$ için $w_i \leftarrow E \{z g(w_i^T z)\} - E \{g'(w_i^T z)\} w$ güncelle
6. $\mathbf{W} = (w_1, \dots, w_m)^T$ matrisini
 $\mathbf{W} \leftarrow (\mathbf{W}\mathbf{W}^T)^{-1/2} \mathbf{W}$ ile simetrik olarak ortogonalleştir
7. Yakınlaşma sağlanamadıysa 5. adıma geri dön

5.2 EN ÇOK OLABİLİRLİK TAHMİNİ İLE BAĞIMSIZ BİLEŞENLER ANALİZİ

Normal olmamanın maksimizasyonu dışında bağımsız bileşenlerin elde edilmesinde diğer bir yaklaşım, en çok olabilirlik tahminininin kullanılmasıdır.

$x = \mathbf{A}s$ temel BBA modelinin olabilirliğini belirlemek mümkündür. Bu yaklaşım doğrusal bir dönüşümün olasılık yoğunluk fonksiyonuna dayanmaktadır. Temel BBA modelini doğrusal bir dönüşüm olarak ele aldığımızda, karışım vektörü x 'in olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$p_x(\mathbf{x}) = |\det \mathbf{B}| p_s(\mathbf{s}) = |\det \mathbf{B}| \prod_i p_i(s_i) \quad (5.37)$$

ile ifade edilmektedir. Burada $\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1}$ ve p_i 'ler de bağımsız bileşenlerin olasılık yoğunluk fonksiyonlarını göstermektedir. (5.37) eşitliği $\mathbf{B} = (b_1, \dots, b_n)^T$ ve \mathbf{x} 'in bir fonksiyonu olarak ifade edilirse:

$$p_x(\mathbf{x}) = |\det \mathbf{B}| \prod_i p_i(b_i^T \mathbf{x}) \quad (5.38)$$

olacaktır. \mathbf{x} için $x(1), x(2), \dots, x(T)$ ile gösterilen T tane gözlem olduğunu varsayalım. Bu durumda \mathbf{B} 'nin bir fonksiyonu olarak olabirlik, T noktadaki olasılık yoğunluk fonksiyonlarının çarpımına eşit olacaktır.

$$L(\mathbf{B}) = \prod_{t=1}^T \prod_{i=1}^n p_i(b_i^T \mathbf{x}(t)) |\det \mathbf{B}| \quad (5.39)$$

(5.38) ifadesinin Log-olabilirlik cinsinden gösterimi ise:

$$\log L(\mathbf{B}) = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n \log p_i(b_i^T \mathbf{x}(t)) + T \log |\det \mathbf{B}| \quad (5.40)$$

şeklinde olacaktır. log-olabilirliğin beklenen değerce ifadesi (5.41)'da verilmiştir.

$$\frac{1}{T} \log L(\mathbf{B}) = \sum_{i=1}^n E \left\{ \log p_i(b_i^T \mathbf{x}) \right\} + \log |\det \mathbf{B}| \quad (5.41)$$

Bağımsız bileşenlerin elde edilmesi (5.41) ile gösterilen eşitlik olan log-olabilirliğin maksimizasyonuna dayanmaktadır. Burada bahsedilen log-olabilirlik, \mathbf{B} karışım matrisinin elemanlarının bir fonksiyonu olarak ele alınmıştır. Bağımsız bileşenlerin elde edilmesinde diğer bir yaklaşım ise, log-olabilirliği bağımsız bileşenlerin dağılımlarının bir fonksiyonu olarak ele almaktır. Bu yaklaşım ilkinde göre daha karmaşıktır, çünkü bağımsız bileşenlerin dağılımlarının tahmini parametrik olmayan bir problemdir. Bell-Sejnowski algoritması açıklanırken bahsedilen ikinci yaklaşıma değinilecektir.

5.2.1 Bell-Sejnowski Algoritması

Bell-Sejnowski algoritması, log-olabilirliğin gradyant algoritması kullanılarak maksimize edilmesine dayanır. (5.41) eşitliğindeki log-olabilirliğin gradyanı,

$$\frac{1}{T} \frac{\partial \log L}{\partial \mathbf{B}} = [\mathbf{B}^T]^{-1} + E \{ \mathbf{g}(\mathbf{B}\mathbf{x}) \mathbf{x}^T \} \quad (5.42)$$

ile hesaplanmaktadır. Burada $\mathbf{g}(\mathbf{y}) = (g_1(y_1), \dots, g_n(y_n))$; s_i 'lerin dağılımlarının değer (score) fonksiyonu olarak adlandırılan fonksiyonları barındıran vektördür ve

$$g_i = (\log p_i)' = \frac{p_i'}{p_i} \quad (5.43)$$

ile tanımlanır. \tilde{p}_i bağımsız bileşenlerin varsayılan dağılımları olmak üzere,

$$g_i(s_i) = \frac{\partial}{\partial s_i} \log \tilde{p}_i(s_i) = \frac{\tilde{p}_i'(s_i)}{\tilde{p}_i(s_i)} \quad (5.44)$$

olarak gösterilebilir. Bağımsız bileşenlerin tahmini olan $\mathbf{y}_i = \mathbf{b}_i^T \mathbf{x}$ 'in korelasyonsuz ve birim varyansa sahip olacak şekilde kısıtlanması durumunda, en çok olabilirlik tahmincisi lokal olarak tutarlı ve varsayılan bütün \tilde{p}_i dağılımları için:

$$E \{ s_i g_i(s_i) - g'(s_i) \} > 0 \quad (5.45)$$

geçerli olacaktır. Bu durumda p_i dağılımlarındaki küçük bir yanlış belirleme en çok olabilirlik tahmincisinin lokal tutarlılığını değiştirmeyecektir, çünkü (5.45) ifadesinin işaretini değiştirmeyecektir.

(5.46) ve (5.47) ile aşağıda gösterilen log cinsinden iki olasılık yoğunluk fonksiyonunu ele alalım. Burada α_1 ve α_2 ; bu fonksiyonları olasılık yoğunluk fonksiyonlarının logaritmaları olacak şekilde sabitleyen pozitif parametrelerdir.

$$\log \tilde{p}_i^+(s_i) = \alpha_1 - 2 \log \cosh(s) \quad (5.46)$$

$$\log \tilde{p}_i^-(s_i) = \alpha_2 - \left[s^2 / 2 - \log \cosh(s) \right] \quad (5.47)$$

Bu fonksiyonların seçilmesinin nedeni; \tilde{p}_i^+ 'nin çok-basık (super-Gaussian), \tilde{p}_i^- 'in ise az-basık (sub-Gaussian) dağılımlara eşit olmasıdır. Bağımsız bileşenlerin dağılımları için bu fonksiyonlar kullanılabilirler.

En çok olabilirlik tahmini için gradyant algoritması:

$$\Delta \mathbf{B} \propto \left[\mathbf{B}^T \right]^{-1} + E \left\{ g(\mathbf{B}\mathbf{x}) \mathbf{x}^T \right\} \quad (5.48)$$

ile ifade edilir. Bu algoritma, \mathbf{B}^T matrisinin tersinin her adımda tekrar hesaplanması gerektiğinden yavaş yakınsar. Her iterasyonda sadece bir gözlemin kullanıldığı algoritmanın uyarlamalı hali ise,

$$\Delta \mathbf{B} \propto \left[\mathbf{B}^T \right]^{-1} + E \left\{ g(\mathbf{B}\mathbf{x}) \mathbf{x}^T \right\} \quad (5.49)$$

ile gösterilmektedir. g fonksiyonu, uygulamada pratikliği bakımından (5.50) ya da (5.51) eşitliklerine göre tercih edilmektedir.

$$g^+(y) = -2 \tanh(y) \quad (5.50)$$

$$g^-(y) = \tanh(y) - y \quad (5.51)$$

En çok olabilirlik tahmini için gradyant algoritmasının adımları aşağıdaki gibidir.

1. Veri setini ortalama sıfır olacak şekilde merkezileştir
2. Rassal olarak \mathbf{B} ayırma matrisinin başlangıç değerlerini belirle. Rassal olarak ya da önsel bilgi kullanarak γ_i , $i = 1, \dots, n$ 'nin başlangıç değerlerini belirle. μ ve μ_γ öğrenme katsayılarını belirle.
3. $\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x}$ hesapla
4. Önsel olarak bağımsız bileşenlerin dağılımları sabitlenmediyse
 - (a) $\gamma_i = (1 - \mu_\gamma) \gamma_i + \mu_\gamma E \left\{ -\tanh(y_i) y_i + (1 - \tanh(y_i)^2) \right\}$ güncelle
 - (b) $\gamma_i > 0$ ise g_i 'yi (5.45) nolu eşitlikle, aksi durumda (5.46) nolu eşitlikle

tanımla

5. $g(y) = (g_1(y_1), \dots, g_n(y_n))^T$ olmak üzere \mathbf{B} ayırma matrisini

$\mathbf{B} \leftarrow \mathbf{B} + \mu [\mathbf{I} + g(y)y^T] \mathbf{B}$ ile güncelle

6. Yakınsama sağlanmamışsa, 3. adıma geri dön

5.2.2 Hızlı-Sabit Nokta Algoritması

En çok olabilirlik tahmini için FastICA algoritmasının adımları şu şekildedir:

1. Veri setini ortalama sıfır olacak şekilde merkezileştir. Korelasyon matrisi

$\mathbf{C} = E \{ \mathbf{x} \mathbf{x}^T \}$ 'i hesapla

2. Rassal olarak \mathbf{B} ayırma matrisinin başlangıç değerlerini belirle

3. $y = \mathbf{B} \mathbf{x}$

$\beta_i = -E \{ y_i g(y_i) \}$ $i = 1, \dots, n$

$\alpha_i = -1 / (\beta_i + E \{ g'(y_i) \})$ $i = 1, \dots, n$ hesapla

4. \mathbf{B} ayırma matrisini

$\mathbf{B} \leftarrow \mathbf{B} + \text{diag}(\alpha_i) [\text{diag}(\beta_i) + E \{ g(y)y^T \}] \mathbf{B}$ ile güncelle

5. $\mathbf{B} \leftarrow (\mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{B}^T)^{-1/2} \mathbf{B}$ ile ayırıştır ve standartlaştır

6. Yakınsama sağlanmamışsa 3. adıma geri dön

5.3 KARŞILIKLI ENFORMASYONUN MINİMİZASYONU İLE BAĞIMSIZ BİLEŞENLER ANALİZİ

Veri setlerinin BBA modeline uygun olması her zaman beklenemez. Bu tür durumlar için veri seti hakkında hiç bir varsayımda bulunmayan bir yaklaşım geliştirilmiştir. Bu yaklaşım, rassal bir vektörün bileşenlerinin bağımlılığını genel bir bağımlılık ölçüsüyle ölçerek, BBA'yı bu bağımlılık ölçüsünü minimize eden doğrusal bir ayırıştırma tekniği olarak tanımlar. Bahsi geçen bu genel bağımlılık ölçüsü, enformasyon teorisinin bir kavramı olan karşılıklı enformasyondur [41].

Karşılıklı enformasyon sadece değişkenler istatistiksel olarak bağımsız olduğunda sıfır değerini alır. Diğer durumlarda değeri pozitifir.

BBA'yı rassal bir vektör olan x 'in tersi alınabilir bir dönüşümü olarak ele alalım:

$$s = \mathbf{B}x \quad (5.52)$$

Burada \mathbf{B} matrisi, bileşenler olan s_i 'lerin karşılıklı enformasyonunun minimize edilmesiyle belirlenmektedir. Eğer veri seti BBA modeline uyuyorsa, bu yaklaşım modelin tahminini verecektir, aksi durumda yani veri seti BBA modeline uymuyorsa, en fazla bağımsız olan bileşenler elde edilecektir.

5.3.1 Karşılıklı Enformasyon ve Normal Olmama

(4.48) nolu eşitlikle verilen diferansiyel entropinin bir dönüşüm olarak yazılabilmesi, karşılıklı enformasyona da uygulanabilir. Bunun için tersi olan doğrusal bir $y = \mathbf{B}x$ dönüşümünü ele alınsın. Dönüşümün karşılıklı enformasyonu:

$$I(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_i H(y_i) - H(x) - \log |\det \mathbf{B}| \quad (5.53)$$

ile ifade edilecektir. y_i 'ye korelasyonsuz ve birim varyanslı olacak şekilde bir kısıt getirilmesi durumunda $E\{y y^T\} = \mathbf{B}E\{x x^T\}\mathbf{B}^T = \mathbf{I}$ olacaktır. Bu özellik gereği,

$$\det \mathbf{I} = 1 = \det(\mathbf{B}E\{x x^T\}\mathbf{B}^T) = \det(\mathbf{B}) \left(\det E\{x x^T\} \right) \left(\det \mathbf{B}^T \right) \quad (5.54)$$

olduğu görülebilir. Yani $E\{x x^T\}$ \mathbf{B} 'ye dayanmadığından, $\det \mathbf{B}$ bir sabit olacaktır. Ayrıca y_i 'nin birim varyanslı olma kısıtından dolayı entropi ve negentropi arasında,

$$I(y_1, y_2, \dots, y_n) = \text{katsayı} - \sum_i J(y_i) \quad (5.55)$$

ile gösterilen bir ilişki söz konusudur. Buradaki katsayı \mathbf{B} 'ye bağlı değildir. Bu ilişkiden, karşılıklı enformasyonu minimize eden doğrusal bir \mathbf{B} dönüşümü bulunabilirse, bu negentropiyi maksimize eden doğrultunun bulunmasına denk

olacaktır. Bu durumda tahminlerin korelasyonsuz olması kısıtı altında; karşılıklı enformasyonun minimizasyonu ile yapılan tahmin, bağımsız bileşenlerin normal olmamasını maksimize eden tahminle eşit olacaktır.

Negentropi, normal olmamayı ölçen diğer kavramlar gibi bağımsız bileşenlerin teker teker tahmin edilmesine olanak sağlar, çünkü $b^T x$ 'in bir izdüşümünün normal olmamasının maksimizasyonu araştırılabilir. Fakat bu durum karşılıklı enformasyon ve log-olabilirlik için geçerli değildir.

Normal olmamanın maksimizasyonunda tahmin edilen bağımsız bileşenler korelasyonsuzdur. Ancak bu durum karşılıklı enformasyon yaklaşımında geçerli olmak zorunda değildir.

5.3.2 Karşılıklı Enformasyon ve Log-Olabilirlik

Karşılıklı enformasyon, log-olabilirlikle ilişkilidir. İlişkiyi ortaya koymak için (5.40)'da verilen eşitliği tekrar ele alalım.

$$\frac{1}{T} E \{ \log L(\mathbf{B}) \} = \sum_{i=1}^n E \{ \log p_i(b_i^T x) \} + \log | \det \mathbf{B} | \quad (5.56)$$

Eğer p_i , $b_i^T x$ 'in gerçek olasılık yoğunluk fonksiyonuna eşitse,

$\sum_{i=1}^n E \{ \log p_i(b_i^T x) \}$ terimi, $-\sum_i H(b_i^T x)$ 'e eşit olacaktır. Bu durumda

log-olabilirliğin, karşılıklı enformasyonun negatif değerinden, x 'in toplam entropisine kadar değer alabilecek bir sabite eşit olacağı anlamına gelmektedir.

Karşılıklı enformasyonun minimizasyonu, karşılıklı enformasyonun bahsedilen bu özelliklerinden dolayı normal olmamayı maksimize eden ve en çok olabilirlik tahminini kullanan yaklaşımlarla aynı bağımsız bileşenleri tahmin edeceği söylenebilir [39].

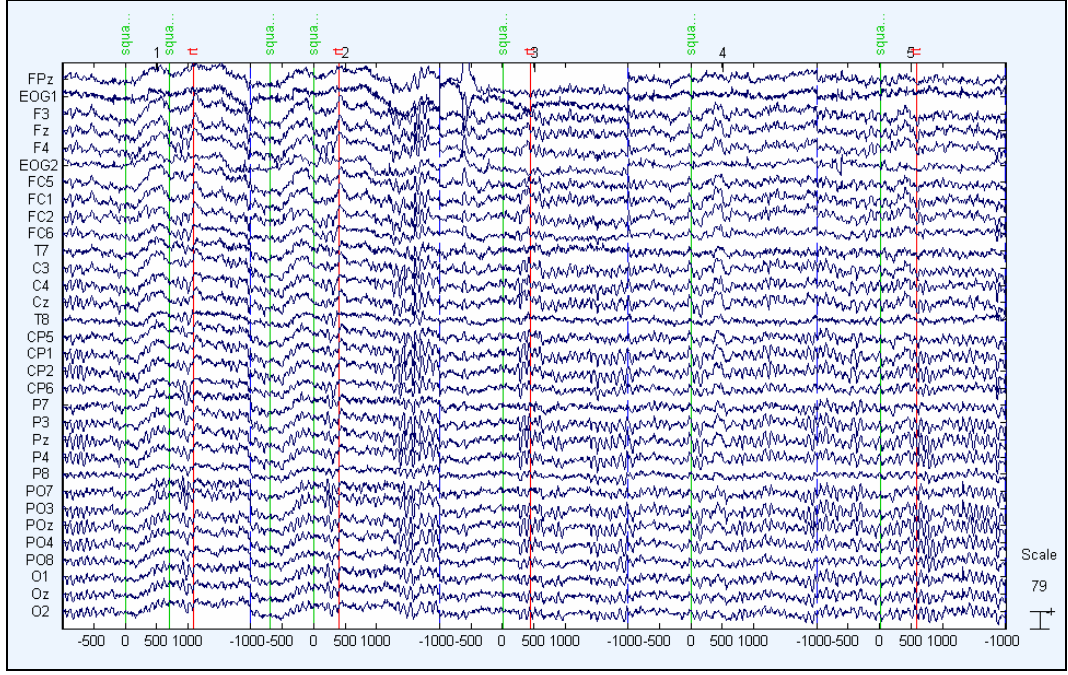
6 UYGULAMA

Uygulama iki bölümde gerçekleştirilmiştir. İlk bölümde bilgisayar tarafından üretilmiş olan EEG sinyalleri üzerinde BBA uygulanarak sinyaller gürültüden arındırılmıştır. Bu yaklaşım bazı araştırmacılar tarafından uygulansa da EEG sinyallerinin filtrelerle temizlenmesinden sonra bağımsız bileşenlerine ayrılması durumunda daha iyi sonuçlar alındığı savunulmaktadır [39]. İlk bölümde veriler MATLAB için geliştirilmiş kodlarla [52] üretilmiş ve BBA'nın uygulanmasında EEGLAB Toolbox paketi [53] kullanılmıştır.

İkinci bölümde gerçek deneylerden elde edilmiş sinyallerden kesitler alınarak, bunlar üzerinde farklı yaklaşımlarla BBA uygulanmıştır. R [54] programının ICS, FastICA, Jade ve Pearson-ICA paketleri kullanılmıştır. Normal olmamanın maksimizasyonunda yaklaşık negentropi farklı fonksiyonlarla hesaplanmış ve FastICA algoritmasıyla bağımsız bileşenler teker teker ve paralel olarak elde edilmiştir. Ayrıca karşılıklı enformasyonun minimizasyonu ile BBA uygulanmış ve bütün modellerin karşılaştırılması için Amari hatalarından yararlanılmıştır.

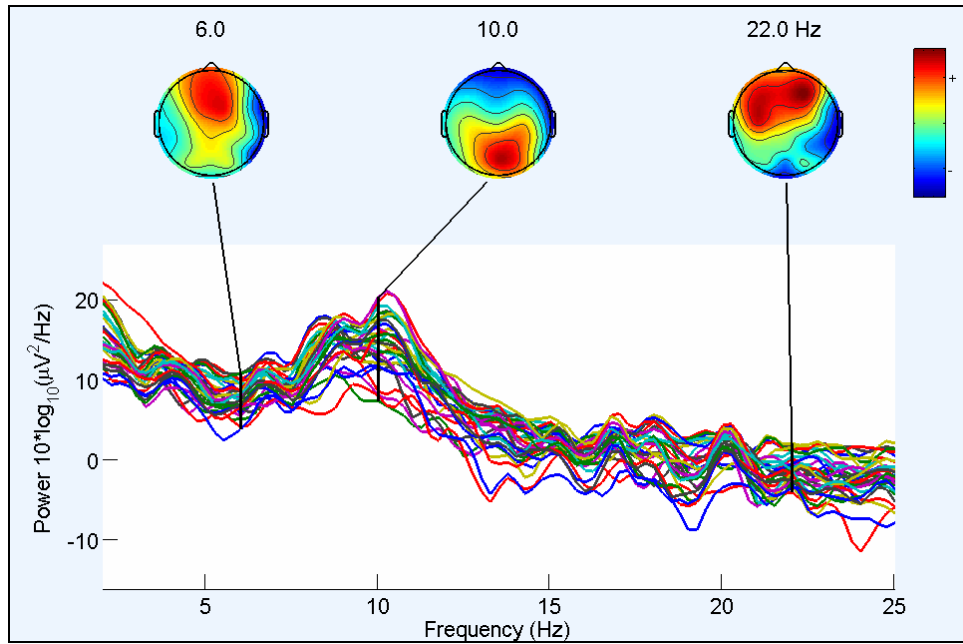
6.1 UYGULAMA I

Uygulamanın ilk bölümü için 32 kanallı, 128Hz'de örneklenmiş sinyaller üretilmiştir. Her sinyal 30720 değere sahiptir. Şekil 6.1'de bu veri seti gösterilmektedir.



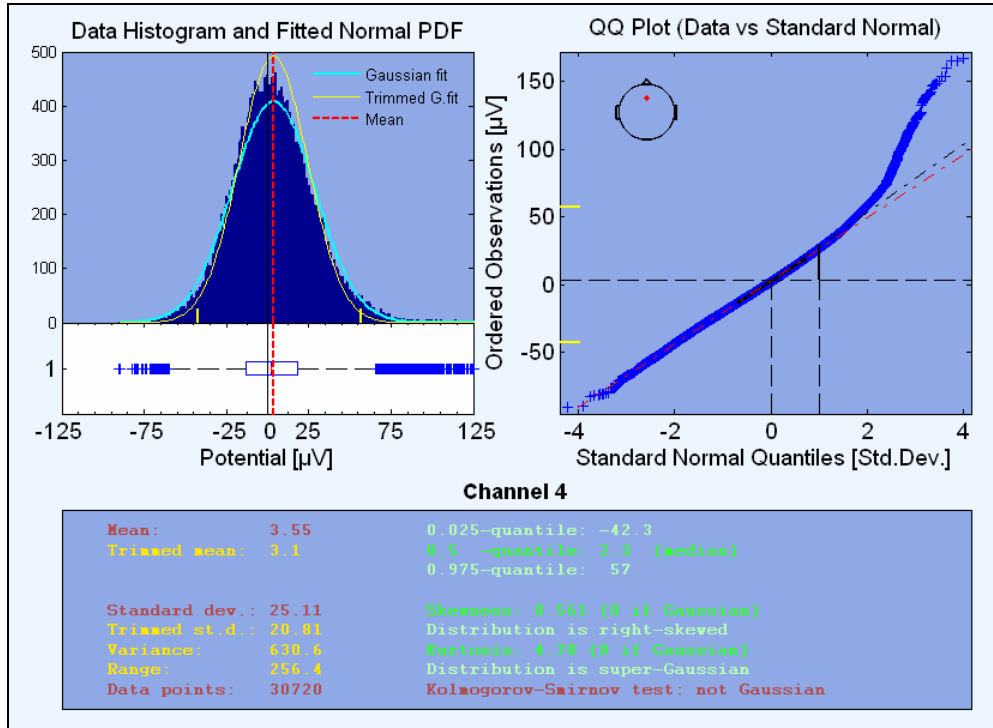
Şekil 6.1 32 Kanallı EEG Sinyalleri

Bütün kanalların güç spektrumu Şekil 6.2 'de verilmiştir.

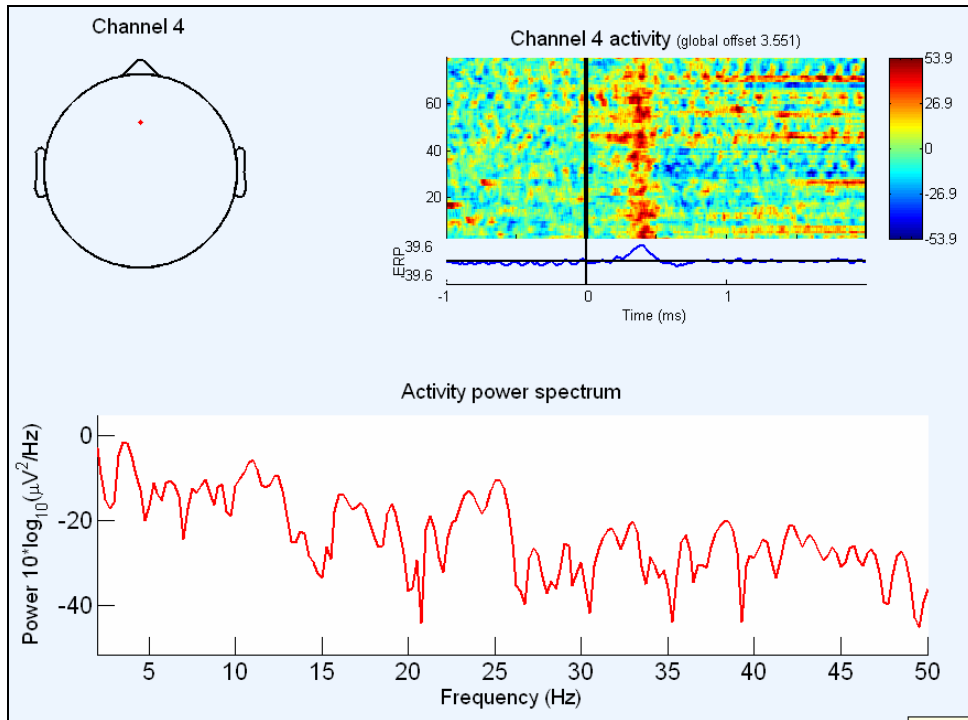


Şekil 6.2 32 Kanallın Güç Spektrumları

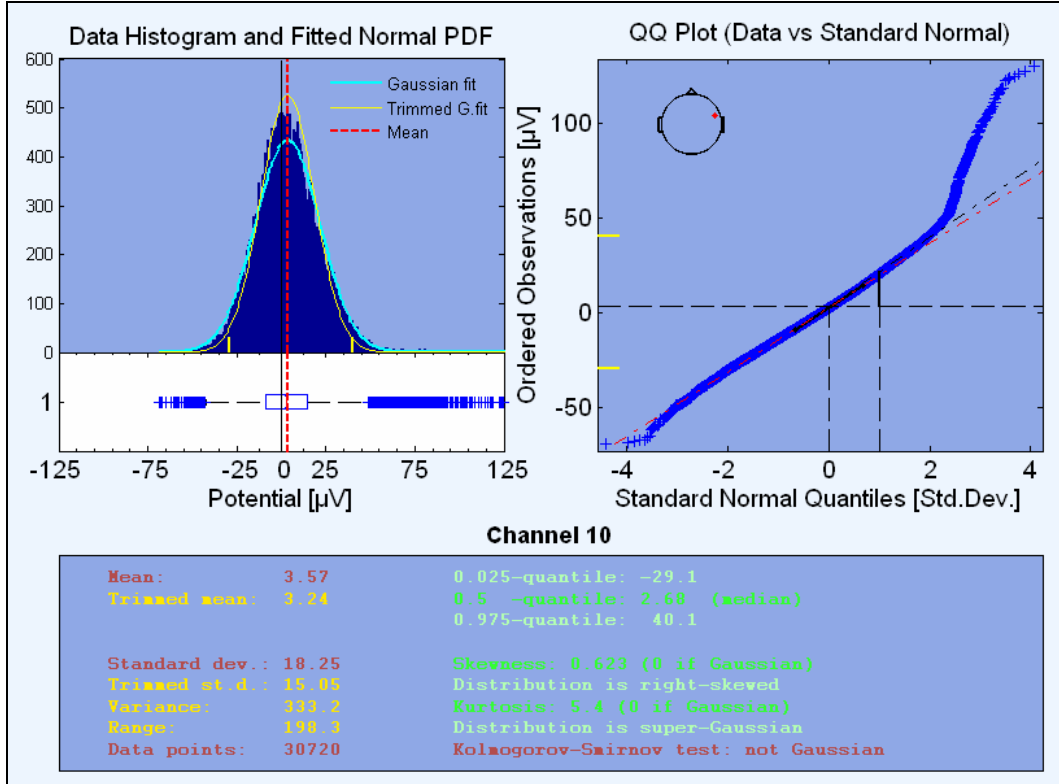
Farklı lobları simgelemek üzere Kanal 4, Kanal 10, Kanal 16 ve Kanal 27 seçilmiş ve sırasıyla bu kanalların dağılımlarına ait istatistikler, güç spektrumları ve olaya ilişkin potansiyellerine dair zaman-frekans gösterimleri (time-frequency representation) verilmiştir.



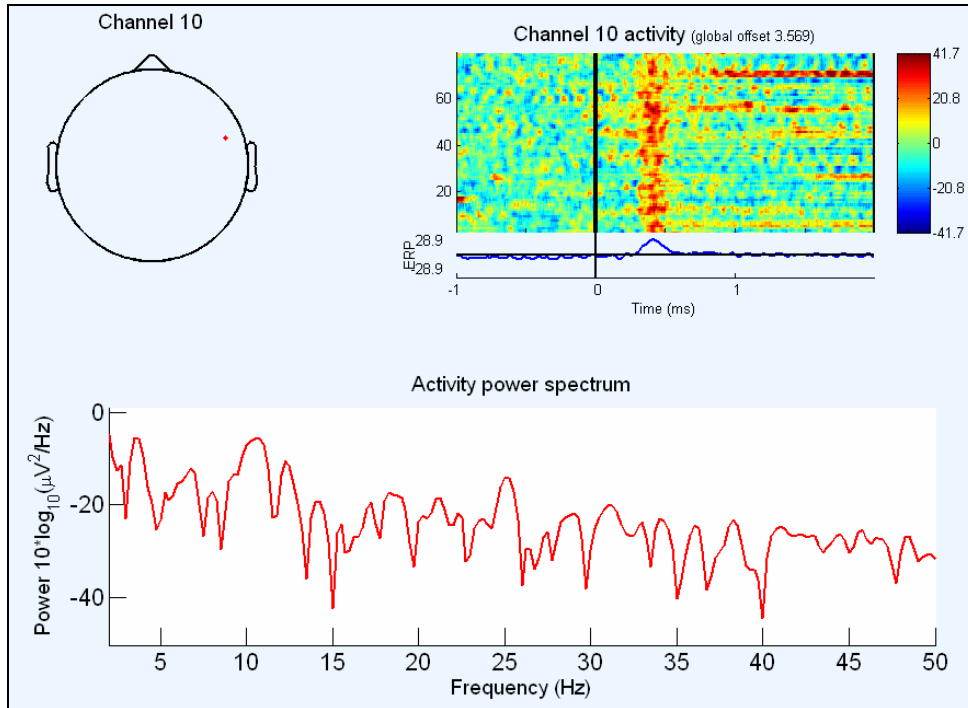
Şekil 6.3 Kanal 4 için İstatistikler



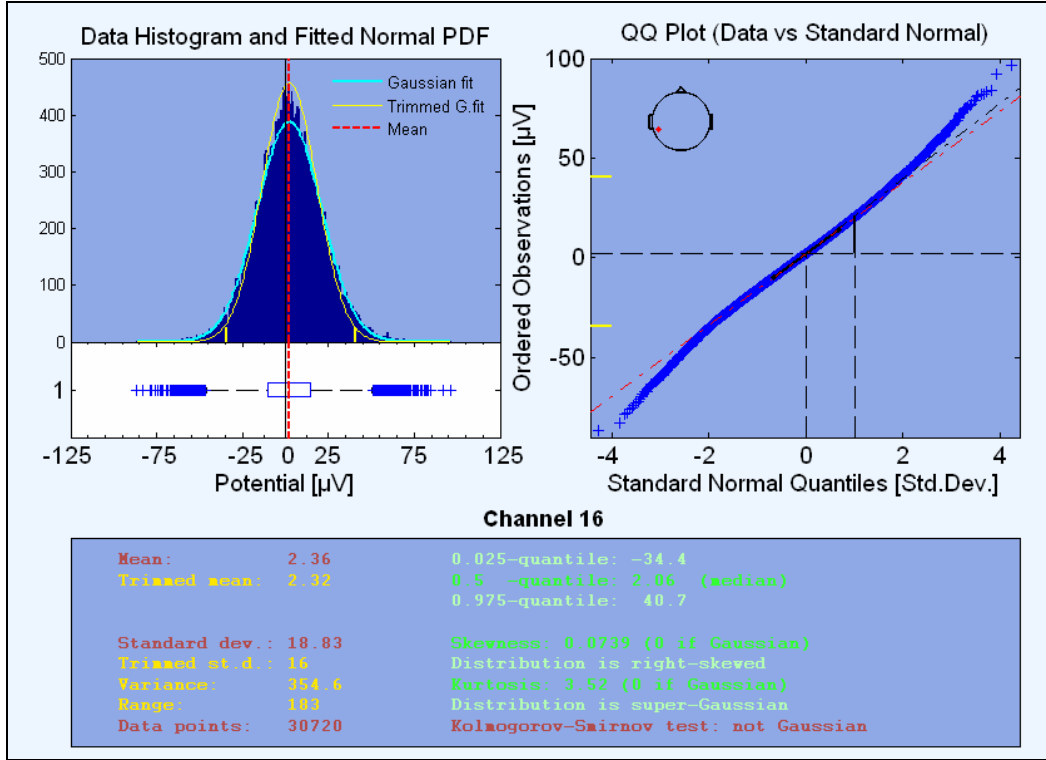
Şekil 6.4 Kanal 4 için Güç Spektrumu



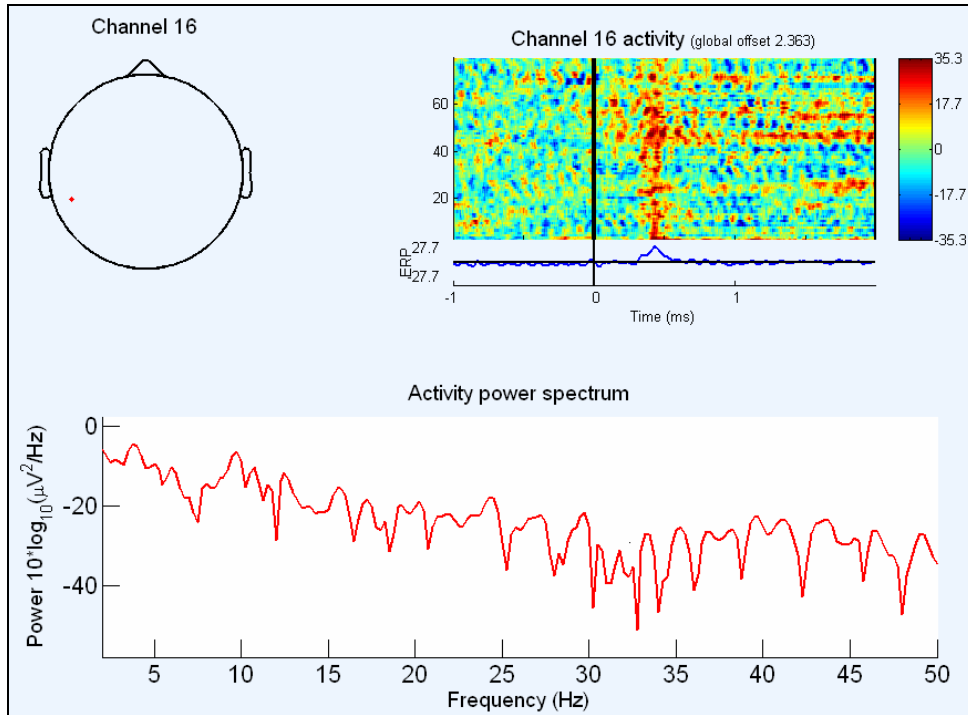
Şekil 6.5 Kanal 10 için İstatistikler



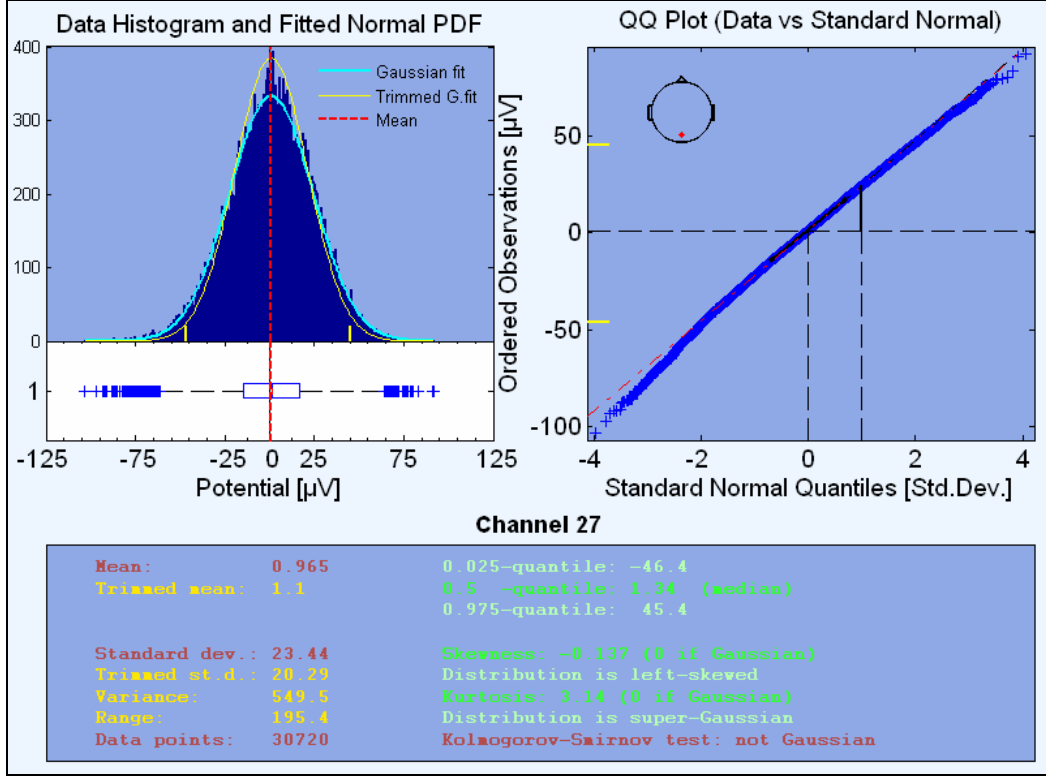
Şekil 6.6 Kanal 10 için Güç Spektrumu



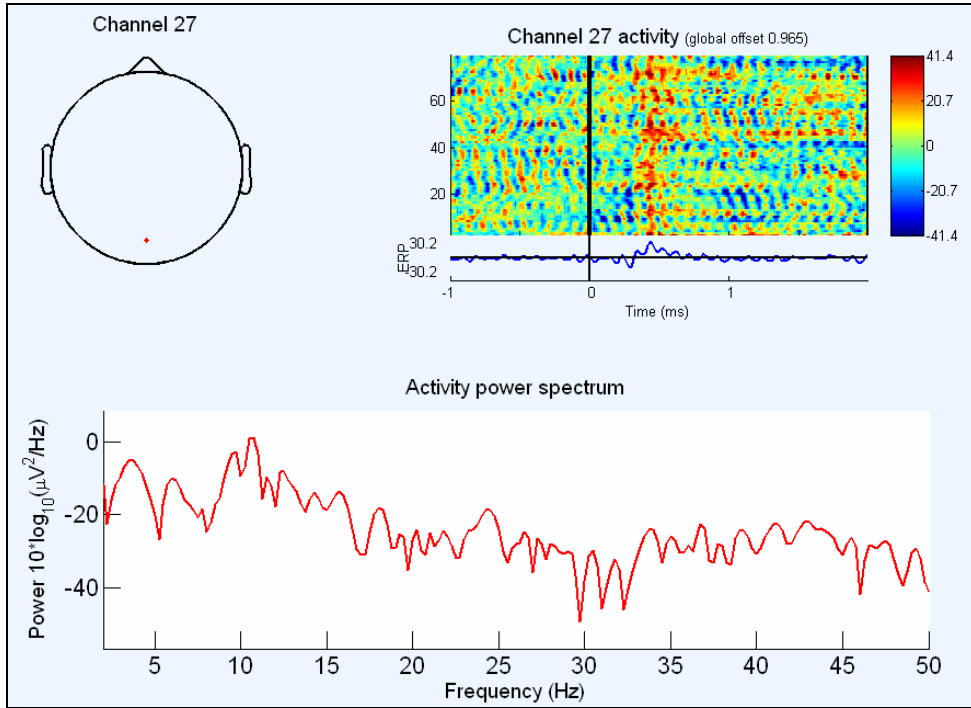
Şekil 6.7 Kanal 16 için İstatistikler



Şekil 6.8 Kanal 16 için Güç Spektrumu



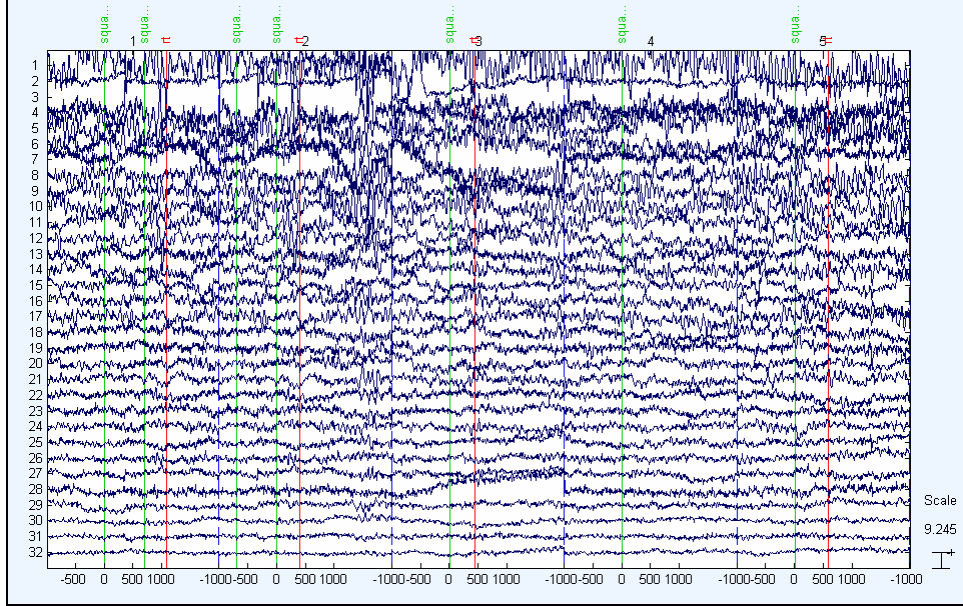
Şekil 6.9 Kanal 27 için İstatistikler



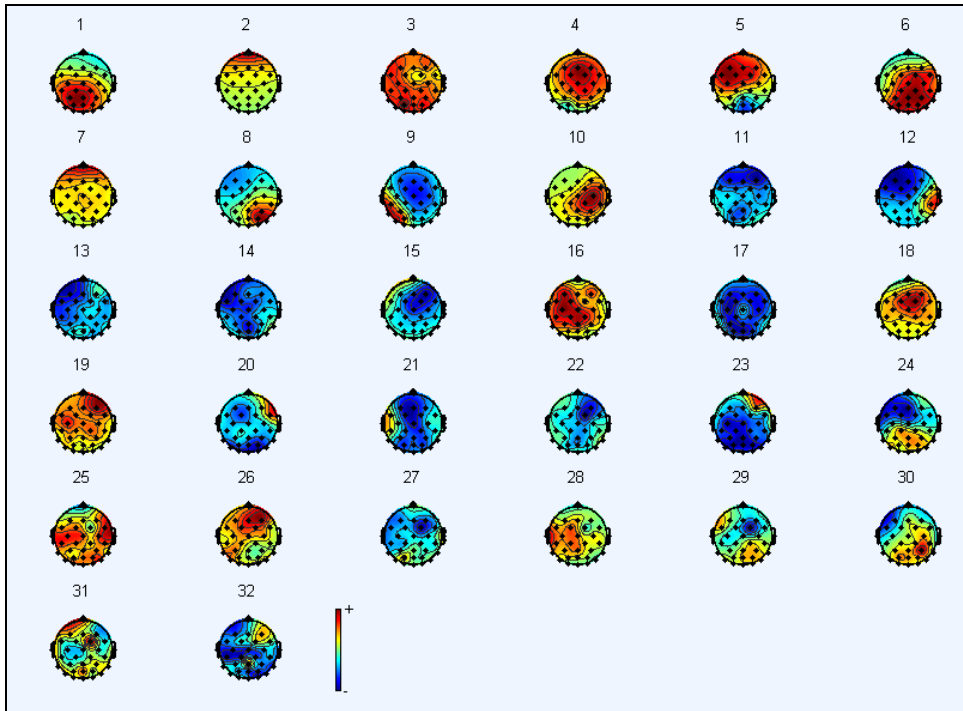
Şekil 6.10 Kanal 27 için Güç Spektrumu

Şekillerden de görüleceği gibi ele alınan 4 kanal da çok-basık (super-Gaussian) dağılım göstermektedir ve sırasıyla 4.78, 5.4, 3.53 ve 3.14 değerli basıklıklara sahiptirler.

Bütün kanallar üzerinde normal olmamanın maksimizasyonu ile BBA uygulanarak veri seti gürültüden arındırılmış ve elde edilen bağımsız bileşenler Şekil 6.11'de gösterilmiştir. Temizlenme sonrası elde edilen bağımsız bileşenlerin topografik görüntüsü Şekil 6.12'de verilmiştir.

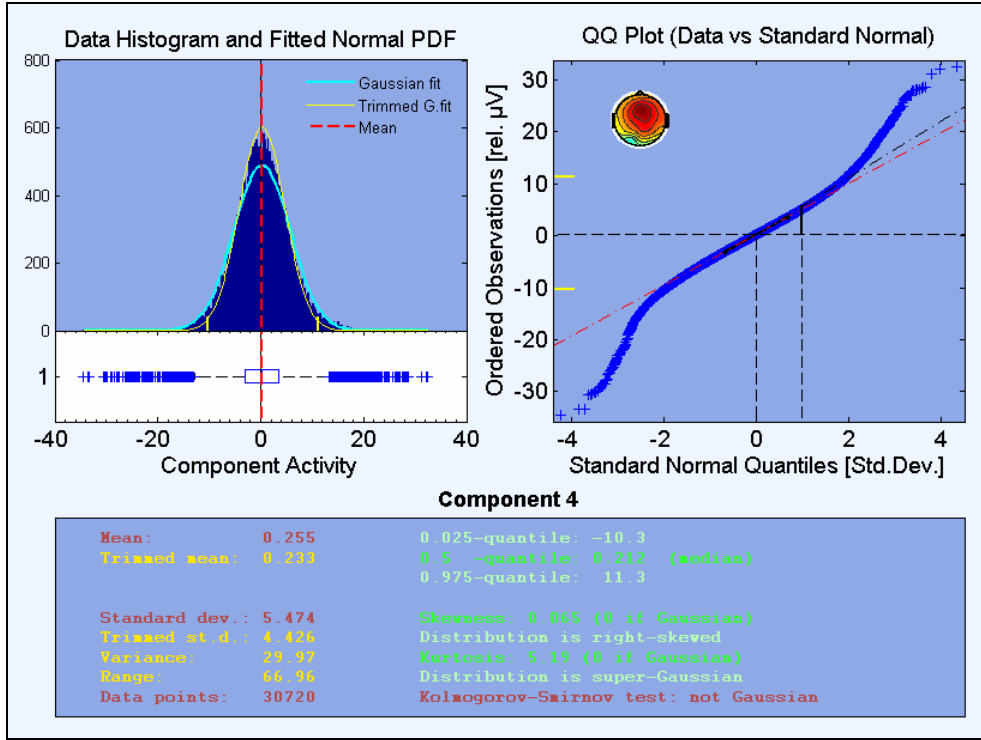


Şekil 6.11 BBA Uygulaması

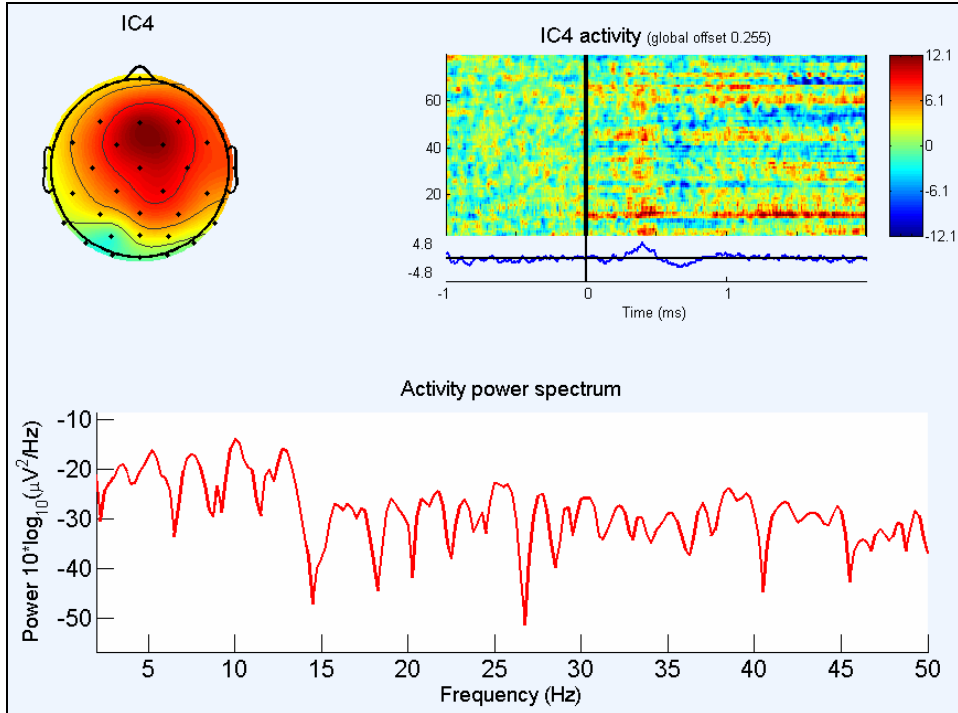


Şekil 6.12 Bağımsız Bileşenlerin Topografik Görüntüsü

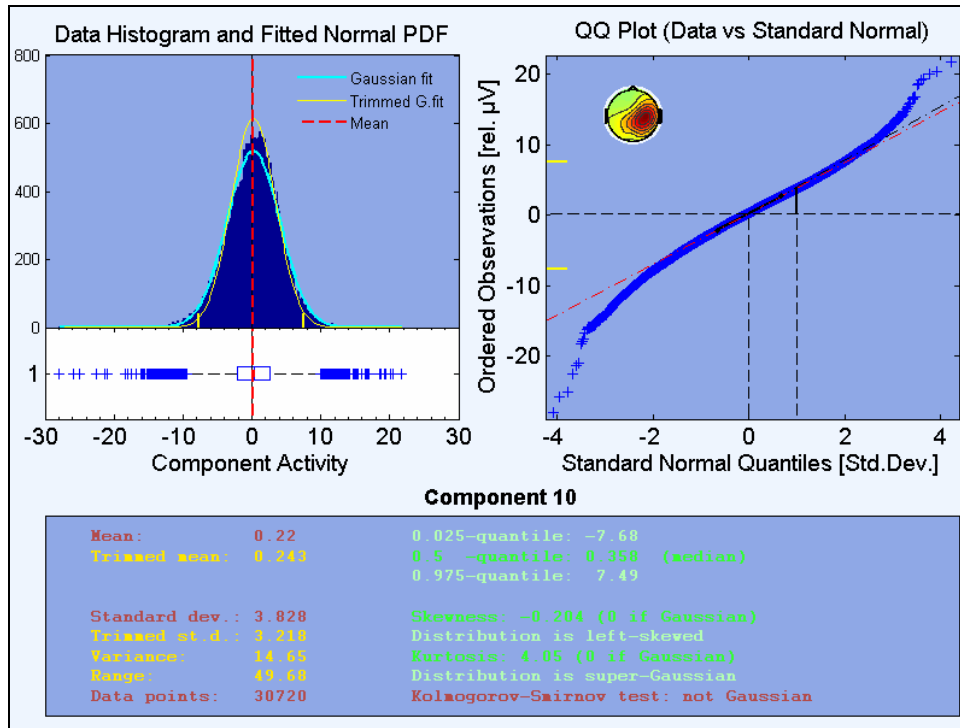
Elde edilen bağımsız bileşenler, yani temizlenmiş sinyallere ait istatistikler aşağıda sıralanmıştır.



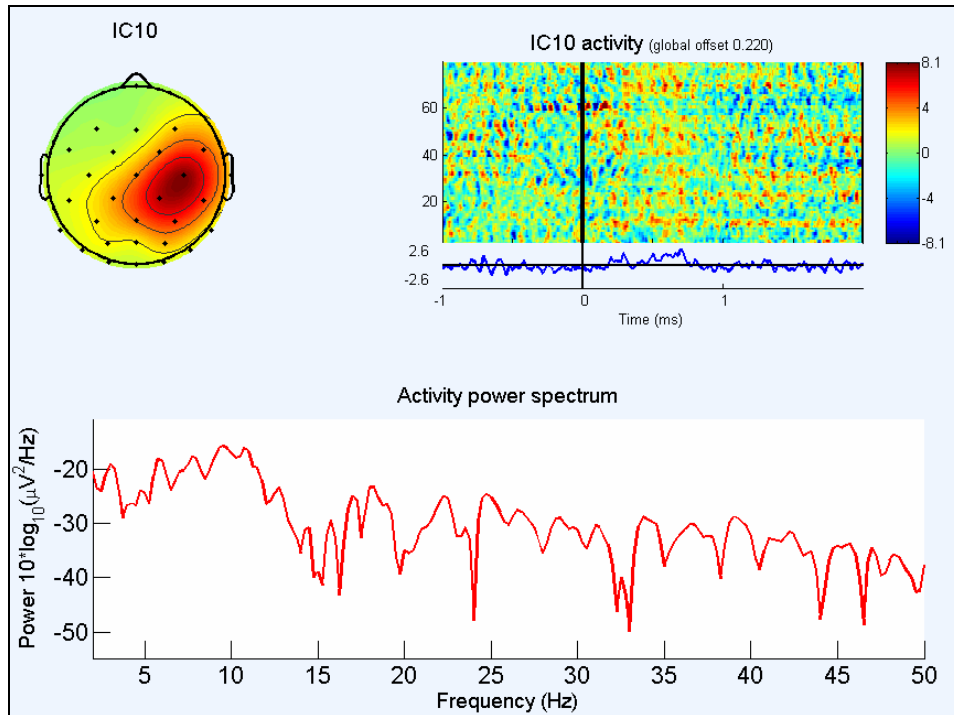
Şekil 6.13 Bağımsız Bileşen 4 için İstatistikler



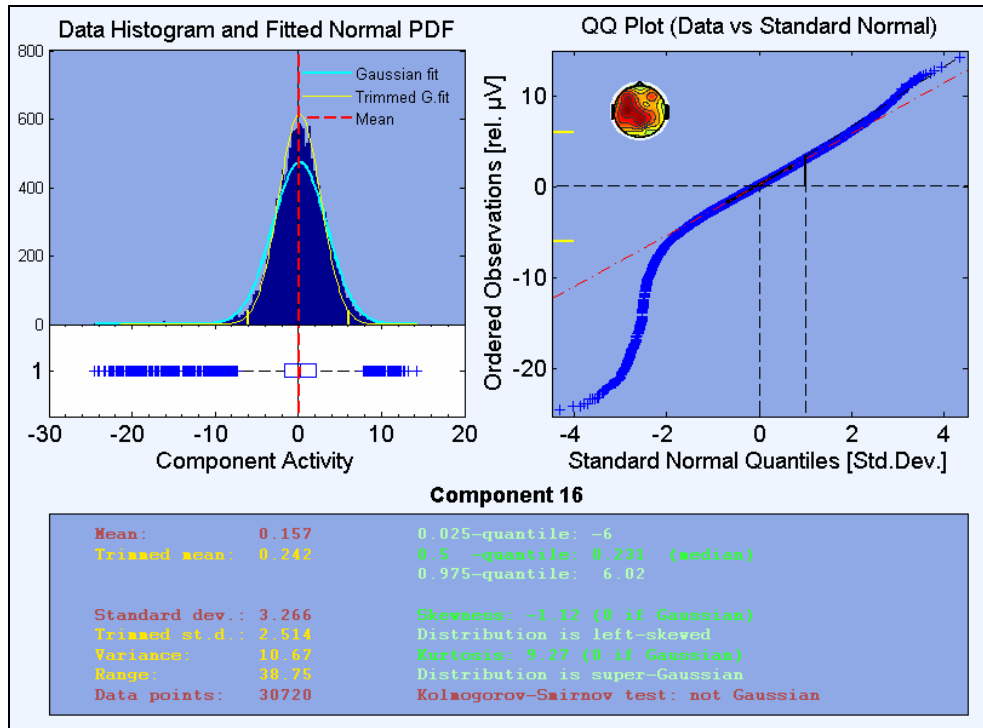
Şekil 6.14 Bağımsız Bileşen 4 için Güç Spektrumu



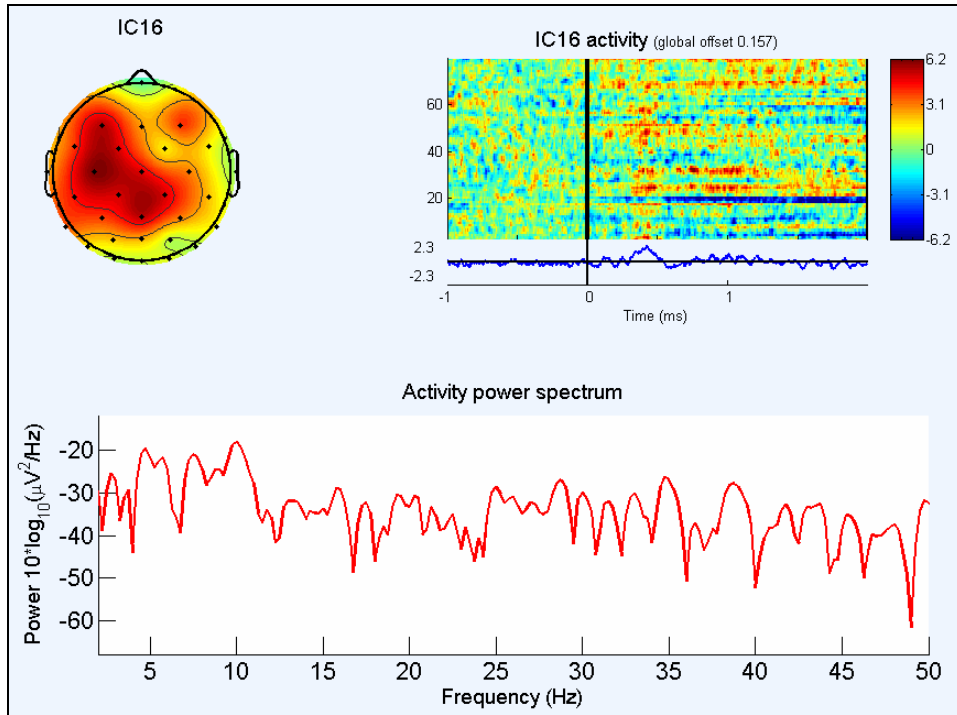
Şekil 6.15 Bağımsız Bileşen 10 için İstatistikler



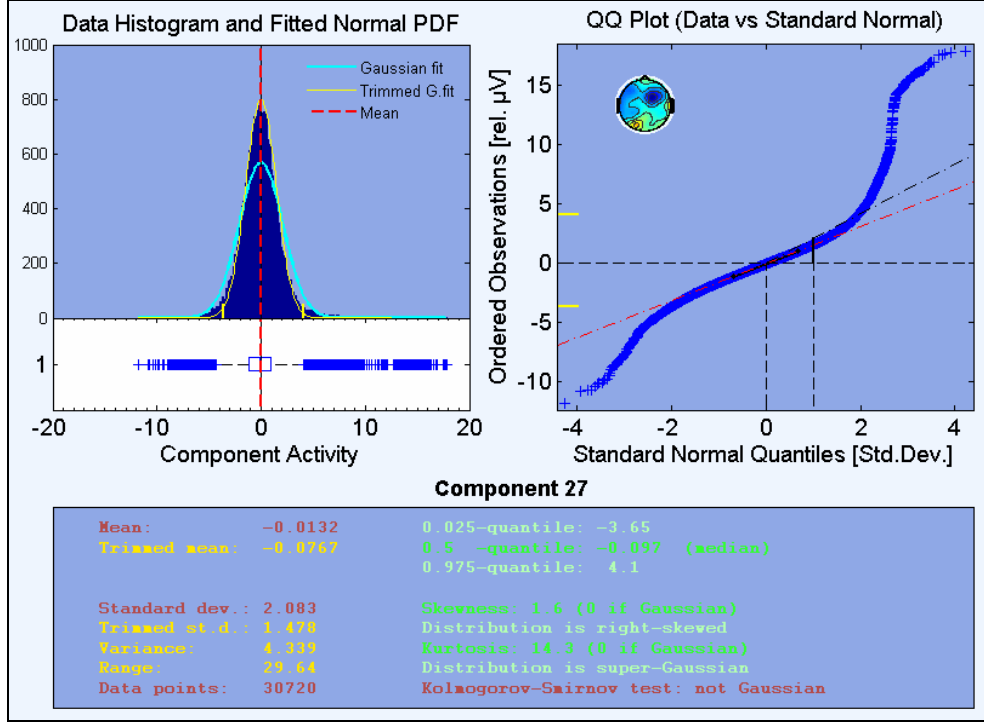
Şekil 6.16 Bağımsız Bileşen 10 için Güç Spektrumu



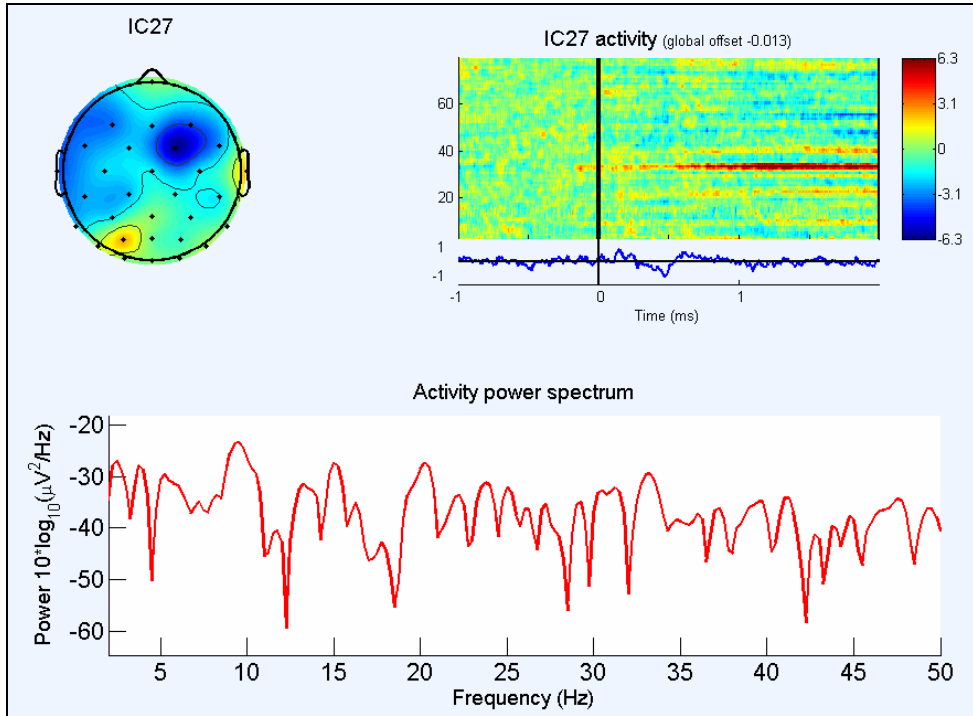
Şekil 6.17 Bağımsız Bileşen 16 için İstatistikler



Şekil 6.18 Bağımsız Bileşen 16 için Güç Spektrumu



Şekil 6.19 Bağımsız Bileşen 27 için İstatistikler



Şekil 6.20 Bağımsız Bileşen 27 için Güç Spektrumu

Bağımsız bileşenlerin basıklık değerleri sırasıyla 5.19, 4.05, 9.27 ve 14.3 olarak elde edilmiştir. Elde edilen bağımsız bileşenlerin yorumlanması beyin sinyalleri

hakkında uzman derecesinde bilgiye sahip kişiler tarafından gerçekleştirilmektedir. Gürültüden arındırılmış bağımsız bileşenler üzerinde daha sonra yapılan deneye göre değişecek olan analizler gerçekleştirilir. Bu uygulama, BBA'nın gürültü temizlemeye yönelik kullanımına örnek olarak verilmiştir. Bazı uygulamacılar gürültü temizlemede BBA yerine filtreler kullanmayı tercih edebilmektedir.

6.2 UYGULAMA II

Uygulama için kullanılan veriler Helsinki Üniversitesi Bilişsel Bilimler Bölümü'ndeki araştırma grubu tarafından yapılan deneyler sonucu elde edilmiştir.

Deneye yaşları 18-27 arasında değişen (ortalama 22.9, $st=2.366$) 36 gönüllü erkek katılmıştır. Bütün deneklerin anadili Fince'dir ve sağ ellerini kullanmaktadırlar. Deneklerin hiçbirinde görme bozukluğu ve nörolojik bir problem saptanmamıştır.

Deney bir görsel hafıza deneyidir. Deney tasarımı şu şekilde düzenlenmiştir:

0-geri ve 3-geri olmak üzere toplam dört farklı durum vardır. 0-geri durumunda deneklerden önceden belirlenmiş olan "X" harfini gördüklerinde cevap vermeleri istenmiştir.

1-geri durumunda önceden belirlenmiş bir harf yoktur ve harfler ekranda rassal olarak gösterilmektedir. Deneklerden gördükleri bir harfin ondan önce gösterilen harfle aynı olması durumunda cevap vermeleri istenmiştir. 2-geri ve 3-geri durumları da benzer şekilde gösterilen harfin, ondan önce 2 veya 3 harf önce gösterilmesi durumunda denekler cevap vermişlerdir.

Ekrandaki harf denek cevap verene kadar sabit kalmıştır ve cevap alındıktan sonra diğer harfin gösterilmesi için 2500ms'lik bir ara verilmiştir.

Deneklerin cevapları sağ ellerinin altına yerleştirilmiş bir ped üzerindeki iki düğmeyle vermeleri sağlanmıştır. Orta parmak hedef olan harfler için, işaret parmağı hedef olmayan harfler için kullanılmıştır.

Deneklere deney başlamadan bütün süreç açıklanmıştır. Sinyallerde kas hareketlerine bağlı oluşabilecek gürültüyü asgariye indirmek için 1.6m uzalıktaki ekrana önünde, rahat bir koltukta oturmaları sağlanmıştır ve gelen uyarılara mümkün olduğunca çabuk cevap vermeleri istenmiştir.

Deney sürmekte olan bir proje olduğu için detaylı bilgi verilmesi uygun görülmemiş ve sadece verilerin küçük bir kısmı, 5 kanalla sınırlandırılarak kullanılmıştır.

Bağımsız bileşenlerin elde edilmesinde, normal olmamanın maksimizasyonu yaklaşımı kullanılmış, normal olmamanın kriteri olarak negentropi, optimizasyon algoritması için de FastICA tercih edilmiştir.

İlk olarak yaklaşık negentropi tahmini için (5.23) nolu eşitlikte verilen 'logcosh' fonksiyonu tercih edilmiştir. Bağımsız bileşenler hem teker teker hem de paralel olarak hesaplanmış ve Amari hataları bulunmuştur. E_1 ile gösterilen Amari hatası, \mathbf{A} ve \mathbf{W} matrislerini kullanarak algoritmanın performansını ölçen bir kriterdir [55]. Amari hatası $P = (p_{ij}) = \mathbf{WA}$ olmak üzere;

$$E_1 = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n \frac{|p_{ij}|}{\max_k |p_{ik}|} - 1 \right) + \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n \frac{|p_{ij}|}{\max_k |p_{kj}|} - 1 \right) \quad (6.1)$$

ile hesaplanır. Şekil 6.21'de paralel, Şekil 6.22'de ise teker teker hesaplanan bağımsız bileşenler için karışım ve ayrışım matrisleri ile Amari hataları gösterilmektedir.

```
R R Console
> W1
      col1      col2      col3      col4      col5
[1,] -0.07279548  0.7474205  0.3720055  0.5363472  0.1000351
[2,] -0.83709185 -0.3113823 -0.1520069  0.3997580  0.1393046
[3,]  0.26705970  0.0508684 -0.4643725  0.1321816  0.8324529
[4,] -1.20869208  0.1437607  0.4518122 -0.6504636  0.4648503
[5,]  0.29435920 -0.5667000  0.6470933  0.3345898  0.2480397
> A5
      col1      col2      col3      col4      col5
[1,]  0.289295158 -0.002509493  0.004318444 -6.667120e-03 -0.008143587
[2,]  0.006816017 -0.292859045  0.006297102  5.462051e-03  0.002116773
[3,]  0.013453823  0.003961375 -0.017417972  3.843747e-05  0.288564141
[4,] -0.005759621 -0.005437550  0.008334375  2.893780e-01 -0.001169917
[5,] -0.013333376 -0.010509178 -0.282686291  4.902738e-03 -0.007596835
> amari.error(W1, A5, TRUE)
[1] 0.3987479
> |
```

Şekil 6.21 'Logcosh' ile Paralel Hesaplanan BBA için Amari Hatası

```
R R Console
> W2
      col1      col2      col3      col4      col5
[1,] -0.5506188 -0.3969298 -0.1320542  0.7201199  0.05704982
[2,] -0.4033013  0.1473473 -0.1313066 -0.3174047  0.83525425
[3,] -0.1202063  0.4909264 -0.8227046  0.0480781 -0.25570940
[4,]  0.6512214 -0.4465770 -0.4690698  0.1363522  0.37129683
[5,] -0.3092380 -0.6166813 -0.2616312 -0.5998151 -0.30959170
> A5
      col1      col2      col3      col4      col5
[1,]  0.289295158 -0.002509493  0.004318444 -6.667120e-03 -0.008143587
[2,]  0.006816017 -0.292859045  0.006297102  5.462051e-03  0.002116773
[3,]  0.013453823  0.003961375 -0.017417972  3.843747e-05  0.288564141
[4,] -0.005759621 -0.005437550  0.008334375  2.893780e-01 -0.001169917
[5,] -0.013333376 -0.010509178 -0.282686291  4.902738e-03 -0.007596835
> amari.error(W2, A5, TRUE)
[1] 0.4319009
> |
```

Şekil 6.22 'Logcosh' ile Teker Teker Hesaplanan BBA için Amari Hatası

İkinci adımda yaklaşık negentopi tahmini için (5.24) nolu eşitlikte verilen 'exp' fonksiyonu tercih edilmiştir. Benzer hesaplamalar bu durum için de gerçekleştirilmiş ve sırasıyla Şekil 6.23 ve Şekil 6.24'de gösterilmiştir.

```
R R Console
> W3
      col1      col2      col3      col4      col5
[1,] 0.07284947 -0.1012268 0.3722465 0.5359684 -0.74740652
[2,] 0.83717130 -0.1396128 -0.1516650 0.3995373 0.31148060
[3,] -0.26713485 -0.8327081 -0.4641266 0.1315972 -0.05004751
[4,] 0.36851543 -0.4642680 0.4516515 -0.6512563 0.14327498
[5,] -0.29440196 -0.2476162 0.6473235 0.3341484 0.56686052
> A5
      col1      col2      col3      col4      col5
[1,] 0.289295158 -0.002509493 0.004318444 -6.667120e-03 -0.008143587
[2,] 0.006816017 -0.292859045 0.006297102 5.462051e-03 0.002116773
[3,] 0.013453823 0.003961375 -0.017417972 3.843747e-05 0.288564141
[4,] -0.005759621 -0.005437550 0.008334375 2.893780e-01 -0.001169917
[5,] -0.013333376 -0.010509178 -0.282686291 4.902738e-03 -0.007596835
> amari.error(W3, A5, TRUE)
[1] 0.4221074
> |
```

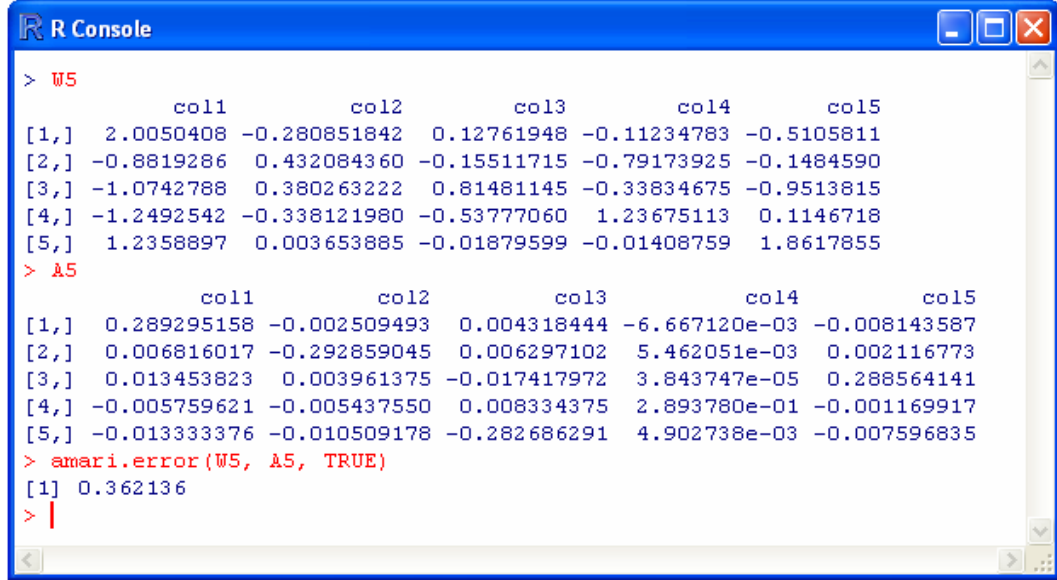
Şekil 6.23 'Exp' ile Paralel Hesaplanan BBA için Amari Hatası

```
R R Console
> W4
      col1      col2      col3      col4      col5
[1,] -0.09373486 0.76671578 0.3560727 0.0734904 0.5207418
[2,] -0.13226166 -0.30782002 -0.1246144 0.8461921 0.3952011
[3,] -0.84117349 0.02980843 -0.4509276 -0.2567529 0.1492679
[4,] -0.46771410 0.13408653 0.4676489 0.3483675 -0.6505451
[5,] -0.21769546 -0.54637533 0.6600396 -0.3021195 0.3565869
> A5
      col1      col2      col3      col4      col5
[1,] 0.289295158 -0.002509493 0.004318444 -6.667120e-03 -0.008143587
[2,] 0.006816017 -0.292859045 0.006297102 5.462051e-03 0.002116773
[3,] 0.013453823 0.003961375 -0.017417972 3.843747e-05 0.288564141
[4,] -0.005759621 -0.005437550 0.008334375 2.893780e-01 -0.001169917
[5,] -0.013333376 -0.010509178 -0.282686291 4.902738e-03 -0.007596835
> amari.error(W4, A5, TRUE)
[1] 0.3958494
> |
```

Şekil 6.24 'Exp' ile Teker Teker Hesaplanan BBA için Amari Hatası

Şekillerden görüleceği gibi, bağımsız bileşenlerin paralel olarak elde edilmesi ilk fonksiyonla daha düşük, ikinci fonksiyonla daha yüksek Amari hatası üretmiştir. Bağımsız bileşenlerin paralel olarak hesaplanmaları uygulamalarda daha düşük hatalar üretmektedir. Bunun nedeni olarak, "Deflationary" ortogonalleştirilmenin her iterasyonda yapılan hatanın, kendinden sonraki iterasyona aktararak kümülatif bir hatanın oluşması gösterilebilir.

Normal olmamanın maksimizasyonu dışında karşılıklı enformasyonun minimizasyonu ile gerçekleştirilen BBA uygulanmıştır. Bu yaklaşımın Amari hatası diğer modellere göre daha düşük olarak elde edilmiş ve Şekil 6.25'de gösterilmiştir.



```
R Console
> W5
      col1      col2      col3      col4      col5
[1,] 2.0050408 -0.280851842 0.12761948 -0.11234783 -0.5105811
[2,] -0.8819286 0.432084360 -0.15511715 -0.79173925 -0.1484590
[3,] -1.0742788 0.380263222 0.81481145 -0.33834675 -0.9513815
[4,] -1.2492542 -0.338121980 -0.53777060 1.23675113 0.1146718
[5,] 1.2358897 0.003653885 -0.01879599 -0.01408759 1.8617855
> A5
      col1      col2      col3      col4      col5
[1,] 0.289295158 -0.002509493 0.004318444 -6.667120e-03 -0.008143587
[2,] 0.006816017 -0.292859045 0.006297102 5.462051e-03 0.002116773
[3,] 0.013453823 0.003961375 -0.017417972 3.843747e-05 0.288564141
[4,] -0.005759621 -0.005437550 0.008334375 2.893780e-01 -0.001169917
[5,] -0.013333376 -0.010509178 -0.282686291 4.902738e-03 -0.007596835
> amari.error(W5, A5, TRUE)
[1] 0.362136
> |
```

Şekil 6.25 Karşılıklı Enformasyonun Minimizasyonu ile BBA için Amari Hatası

Deneylerde farklı yaklaşımlarla BBA uygulayarak hata karşılaştırılmasının yapılması, böylelikle en iyi sonuçların elde edilmesi, araştırmacılar tarafından genellikle gözardı edilmektedir. Farklı BBA yaklaşımlarının karşılaştırması konusu, günümüzde geliştirilmeye çalışılan bir alandır.

7 SONUÇ VE ÖNERİLER

BBA'nın daha çok sinyal işleme amaçlı uygulamalarda kullanılması, onu genellikle mühendislik alanında araştırma yapan akademisyenlerce bilinmesine yol açmıştır. Ana kaynakların az olması, makale ve bildirilerin genellikle sadece sinyal ayrıştırmaya yönelik dergi ve sempozyumlarda sunulması bu analizin bilinirliğini sınırlamıştır. BBA çok değişkenli bir istatistik analizi olmasına rağmen, çok değişkenli istatistik konulu kitaplara ilk kez 2008 yılında [37] dahil olmuştur.

Bu çalışma kapsamında, EEG sinyalleri üzerinde BBA iki farklı uygulama ile tanıtılmıştır. İlk olarak BBA gütültü temizleme amaçlı kullanılmıştır. 32 kanallı 128Hz'de örneklenmiş sinyaller üretilerek diğer ayrıştırma tekniklerine göre daha iyi sonuçlar veren BBA ile temiz sinyaller elde edilmiştir.

Uygulamanın ikinci aşaması olarak BBA'nın temel yaklaşımları olan normal olmamanın maksimizasyonu ve karşılıklı enformasyonun minimizasyonu karşılaştırılmıştır. Normal olmamanın maksimizasyonu için yaklaşık negentropinin hesaplanmasında iki farklı fonksiyon ve iki farklı optimizasyon yaklaşımı uygulanarak en iyi model elde edilmeye çalışılmıştır. Her iki yaklaşım için bağımsız bileşenlerin optimizasyonunda FastICA algoritması kullanılmıştır. Bağımsız bileşenler teker teker ve paralel olarak elde edilmiştir.

Elde edilen Amari hatalarına göre, bağımsız bileşenlerin paralel olarak elde edilmesi farklı fonksiyonlarla farklı sonuçlar vermiştir. Paralel hesaplama kümülatif hatayı modele dahil etmeyeceğinden bağımsız bileşenlerin paralel olarak elde edilmesinin, daha düşük hata vereceği beklenen bir durumdur, fakat burada verilerin boyutu önemlidir. Yapılan uygulamada devam eden bir proje olduğundan, elde edilen verilerin bir kısmı kullanılmıştır. Önemli bir nokta olarak, EEG deneyleri büyük boyutlu verilerden oluşmaktadır ve bağımsız bileşenlerin paralel olarak elde edilememeleri, uygulamalarda sıklıkla karşılaşılan bir sorun olmaktadır.

BBA'nde diğer bir yaklaşım olan karşılıklı enformasyonun minimizasyonu uygulanarak bağımsız bileşenler elde edilmiştir. Amari hatalarına göre, bu yaklaşım normal olmamanın maksimizasyonuna göre daha iyi sonuç vermiştir.

Günümüzde sinyallerdeki gürültüyü modele dahil eden, BBA'yı zaman indeksine göre uyarlayan, doğrusal olmayan temel bileşenler analizi yardımıyla gerçekleştirilen BBA modelleri mevcut ve sürekli olarak geliştirilmektedir. Fakat bu çalışmalar mühendislik uygulamalarıyla sınırlıdır.

Bu çalışmadan sonraki aşama olarak, özellikle gürültünün de dahil edildiği BBA modeliyle istatistikte kullanılan gizli değişken tekniklerinin karşılaştırılması düşünülmektedir. Ayrıca BBA'ya bir sınıflandırma tekniği olarak yaklaşarak Destek Vektör Makineleri (Vector Support Machines) ile güncellenmesi öngörülmekte ve BBA'nin istatistikçiler arasında kabul görmesi ve geliştirilmesi için çalışmalarda bulunulacaktır.

8 KAYNAKLAR

[1] **Woyczynski, W. A.**, 2006, A First Course in Statistics for Signal Analysis, Birkhauser, Boston.

[2] **Santamarina, J. C. ve Fratta, D.**, 2005, Discrete Signals and Inverse Problems: An Introduction for Engineers and Scientists, John Wiley & Sons Ltd, West Sussex

[3] **Vaseghi, S. V.**, 2000, Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction, 2nd Ed., John Wiley & Sons Ltd, West Sussex

[4] **Semmlow, J. L.**, 2005, Circuits, Systems, And Signals for Bioengineers: A Matlab-Based Introduction, Elsevier Academic Press, USA

[5] **Girod, B., Rabenstein, R., ve Stenger, A.**, 2001, Signals and Systems, John Wiley & Sons Ltd, West Sussex

[6] **Mitra, S. K.**, Digital Signal Processing: A Computer-Based Approach, 2nd Ed., Mc-Graw Hill, USA

[7] **Weeks, M.**, 2007, Digital Signal Processing Using MATLAB and Wavelets, Infinity Science Press LLC, MA.

[8] **Bronzino, J. D.**, 2000, The Biomedical Engineering HandBook, 2nd Ed., CRC Press LLC, MA, USA

[9] **Shmaliy, Y.**, 2006, Continuous-Time Signals, Springer, Dordrecht.

[10] **Small, M.**, 2005, Applied Nonlinear Time Series Analysis – Applications in Physics, Physiology, and Finance, World Scientific, MA.

[11] **Sevüktekin, M. ve Nargeleçekenler, M., 2007**, Ekonometrik Zaman Serileri Analizi - Eviews Uygulamalı, 2. Baskı, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.

[12] **Vaseghi, S. V., 2007**, Multimedia Signal Processing - Theory and Applications in Speech, Music and Communications, John Wiley & Sons Ltd, West Sussex.

[13] **Moon, T. K. ve Stirling, W. C., 2000**, Mathematical Methods and Algorithms for Signal Processing, Prentice Hall, New Jersey.

[14] **Smith, S. W., 1999**, The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing, 2nd Ed., California Technical Publishing, California.

[15] **Sörnmo, L. ve Laguna, P., 2005**, Bioelectrical Signal Processing in Cardiac and Neurological Applications, Academic Press, USA.

[16] **Nunez, P. L. ve Srinivasan, R., 2006**, Electric Fields of the Brain - The Neurophysics of EEG, Oxford University Press, New York.

[17] **Sanei, S. Ve Chambers, J. S., 2007**, EEG Signal Processing, John Wiley & Sons Ltd, West Sussex.

[18] **Niedermeyer, E., ve da Silva, F. L., 2005**, Electroencephalography , 5th Ed., Lippincott Williams & Wilkins, USA.

[19] <http://www.coheadquarters.com/coOuterBrain1x.jpg>, 04.05.2009

[20] <http://www.bem.fi/book/index.htm> 05.05.2009

[21] **Senior, C., Russell, T., ve Gazzaniga, M. S., 2006**, Methods in Mind, The MIT Press, USA.

[22] **Moore, J., ve Zouridakis, G., 2004**, Biomedical Technology and Devices Handbook , CRC Press LLC, USA.

[23] **Gopi, E. S., 2007**, Algorithm Collections for Digital Signal Processing Applications Using Matlab, Springer, Dordrecht.

[24] Northrop, R. B., 2005, Signals and Systems Analysis in Biomedical Engineering Biomedical Engineering Series, CRC Press, USA.

[25] Başar, E., 1980, EEG Brain Dynamics, Oscillations; Integrating Attention, Perception, Learning, CRC Press, New York.

[26] Dizibüyük A., Kıymık, M. K., Batar, H., 2007, Yorulma Sürecinde EEG ve EMG Aktiviteleri Arasındaki Zaman Frekans Tabanlı Uyumluluk Analizi, IEEE SİU'07 Kurultayı, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

[27] Durka, P., 2007, Matching Pursuit and Unification in EEG Analysis, Artech House Inc., Norwood.

[28] Zani, A., ve Proverbio, A., 2002, The Cognitive Electrophysiology of Mind and Brain, Academic Press, USA

[29] Haykin S., Jos´e C. Principe, J. C., Sejnowski, T. J., ve McWhirter, J., 2007, New Directions in Statistical Signal Processing, The MIT Press, USA.

[30] Lyons, R. G., 2004, Understanding Digital Signal Processing, 2nd. Ed., Prentice Hall , New Jersey.

[31] Niskanen, J-P., 2006, Eyeblink artifact correction in event-related potential measurements, Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, Department of Applied Physics, University of Kuopio, Finland.

[32] Thakor, N. V., ve Tong, S., 2004, Advances in Quantitative Electroencephalogram Analysis Methods, Annual Review of Biomedical Engineering, Vol 6. sy.453–95.

[33] Semmlow, J. L., 2004, Biosignal and Biomedical Image Processing MATLAB Based Applications, Marcel Dekker, USA.

[34] Pollock, D. S. G., 1999, A Handbook of Time-Series Analysis, Signal Processing and Dynamics, Academic Press, London.

[35] **Tarvainen, M.**, 2004, Estimation Methods for Nonstationary Biosignals, Basılmamış Doktora Tezi, Faculty of Natural and Environmental Science, University of Kuopio, Finland.

[36] **Ranta-aho P.**, 2003, Tool for bio-signal analysis - Application to multichannel single trial estimation of evoked potentials, Basılmamış Yüksek Lisans Tezi, Department of Applied Physics, University of Kuopio, Finland.

[37] **Izenman, A. Z.**, 2008, Modern Multivariate Statistical Techniques: Regression, Classification, and Manifold Learning, Springer, New York.

[38] **Stone, J. V.**, 2004, Independent Component Analysis - A Tutorial Introduction, The MIT Press, London

[39] **Karhunen, J.**, 2007, Basılmamış BBA ders notları, Helsinki Technology University, Helsinki.

[40] <http://perso.univ-rennes1.fr/laurent.albera/alberasiteweb/bss.html>, 03.02.2009

[41] **Hyvärinen, A., Karhunen, J., ve Erkki, O.**, 2001, Independent Component Analysis, John Wiley & Sons, USA.

[42] **Hyvärinen, A., Hurri, ve Hoyer, P.**, 2009, Natural Image Statistics - A Probabilistic Approach to Early Computational Vision, Springer.

[43] **Oja, E. ve Plumbley, M.**, 2003, Blind Separation of Positive Sources Using Non-Negative PCA, 4th International Symposium on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation (ICA2003), Nara, Japan

[44] **Hyvärinen, A.**, 1999, Fast and Robust Fixed-Point Algorithms for Independent Component Analysis. IEEE Transactions on Neural Networks 10(3):626-634.

[45] **Hyvärinen, A., ve Oja, E.**, 2000, Independent Component Analysis: Algorithms and Applications, Neural Networks, 13(4-5): 411-430

[46] Krishnaveni, V., Jayaraman, S., Manoj Kumar, P. M., Shivakumar, K., ve Ramadoss, K., 2005, Comparison of Independent Component Analysis Algorithms for Removal of Ocular Artifacts from Electroencephalogram, Measurement Science Review, Vol. 5, Sec. 2.

[47] Choi, S. Ve Cichocki, A., 2005, Blind Source Separation and Independent Component Analysis:A Review, Neural Information Processing - Letters and Reviews ,Vol.6, No.1.

[48] Inki, M., 2004, Extensions of Independent Component Analysis for Natural Image Data, Doktora Tezi, Department of Computer and Information Science, Helsinki University of Technology

[49] Shoji Makino, S., Lee, T-W. Ve Sawada, H., 2007, Blind Speech Separation, Springer, Dordrecht.

[50] Pedersen, M. S., Larsen, J., Kjems, U. ve Parra, L. C., 2007, A Survey of Convolutional Blind Source Separation Methods, (Ed.) Benesty J., Sondhi M. M. ve Huang, J., Springer Handbook of Speech Processing, Springer, USA.

[51] Yazara, I, Yavuz, H. S. Ve Çay, M. A., 2009, BBA Yönteminde Tanh ve Gauss Fonksiyonları Kullanılarak Yüz anıma Verimliliklerinin Karşılaştırılması, 5. Uluslararası İleri Teknolojiler Sempozyumu (IATS'09), 13-15 Mayıs 2009, Karabük, Türkiye.

[52] <http://www.cs.bris.ac.uk/~rafal/phasereset/phase.zip> , 01.05.2009

[53] <http://sccn.ucsd.edu/eeglab/>, 03.05.2009

[54] <http://cran.r-project.org/>, R programlama dili sayfası.

[55] Amari, S., Cichocki, A. ve Yang, H. ,1996, A new learning algorithm for blind signal separation, Advances in Neural Information Processing Systems 8, (NIPS'95), The MIT Press, MA.

[55] <http://www.bilisimsozluğu.com/> 15.05.2009, bilişim sözlüğü

